edice hravá věda

11-15 let

Hravá matematika

Hříčky s plochami i křivkami, úhly, čísly a šiframi

Matematické zajímavosti pro zvídavé

Radek Chajda

HRAVÁ MATEMATIKA

Hříčky s plochami i křivkami, úhly, čísly a šiframi

Radek Chajda

Hravá matematika

Hříčky s plochami i křivkami, úhly, čísly a šiframi

Radek Chajda

Jazyková korektura: Sabina Konečná
Odborná korektura: Jaroslav Švrček
Obálka: Martin Sodomka
Odpovědná redaktorka: Eva Mrázková
Technický redaktor: Jiří Matoušek

Objednávky knih:
www.albatrosmedia.cz
eshop@albatrosmedia.cz
bezplatná linka 800 555 513
ISBN 978-80-266-0055-8

Vydalo nakladatelství Edika v Brně roku 2012 ve společnosti Albatros Media a.s. se sídlem Na Pankráci 30, Praha 4. Číslo publikace 16 116.

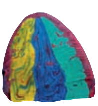
1. vydání

ALBATROS MEDIA a.s.

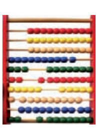
OBSAH

HRAJEME SI S GEOMETRIÍ

HRAJEME SI S POSLOUPNOSTMI



HRAJEME SI S FUNKCEMI



HRAJEME SI S VÝPOČETNÍ TECHNIKOU

ÚVODEM

Tato knížka je volným pokračováním úspěšného titulu Hravá matematika – hříčky s tělesy, křivkami, čísly a tvary, který vzbudil zájem všech příznivců matematiky na hravý způsob. Nyní vám přinášíme další výběr matematických lahůdek, které vás přesvědčí o tom, že matematika rozhodně není fádní a šedivá a v žádném případě se nejedná jen o počítání a rýsování. Tak to totiž na základě školské matematiky mnoha lidem může připadat, což je škoda.

Publikace je určena pro žáky základních škol či nižších ročníků víceletých gymnázií, nabízená témata navazují na učivo probírané ve škole a rozšiřují je. V obsahu knihy je u každé kapitoly uvedeno, pro jaký ročník je vhodná a na jaký tématický celek navazuje. Kniha přináší nový pohled na matematiku a její využití, učí vnímat matematiku v souvislostech. Doporučujeme ji rovněž učitelům matematiky jako sbírku námětů pro zpestření výuky.

Ostrouhejte tedy tužky, připravte pravítko, nůžky, fixy, tvrdý papír, špejle a barevné papíry a pusťte se do matematických specialit.

Doporučuji čtenářům, aby si po přečtení knihy všechno sami zkoušeli, protože jen tak je možné poznat pravou radost objevitele.

U symbolu červené kostky naleznete vždy hravý úkol.

Vstupte tedy do krásného a zajímavého světa matematiky.

Jste vítáni!

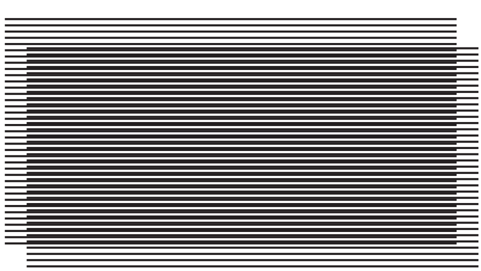
Autor

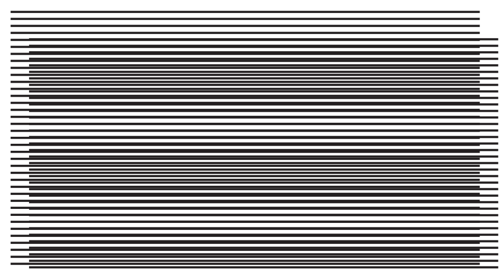
HRAJEME SI

S TVARY A KŘIVKAMI

1. Moaré

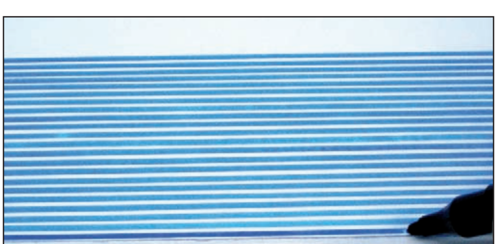
Moaré je zajímavý geometrický jev, s nímž se můžeme setkat všude tam, kde se překrývají dvě pravidelné struktury. Nejjednodušší případ nastane, budou-li položeny přes sebe dvě soustavy rovnoběžných čar se skoro stejným rozestupem. Ten „skoro stejný" rozestup je důležitý k tomu, aby nastal moaré efekt. Kdyby čáry v obou soustavách měly úplně přesně stejný rozestup, záleželo by na vzájemném posunutí jedné soustavy vůči druhé, zda by se čáry kryly, nebo by byly všechny o stejnou vzdálenost navzájem posunuté.

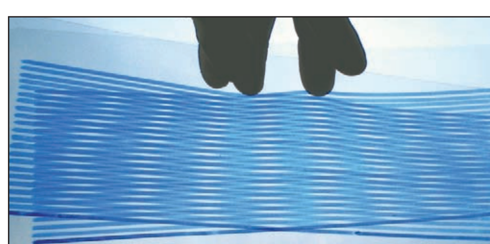




Soustavy rovnoběžných čar na druhém obrázku mají odlišný rozestup. Proto se čáry v některých místech kryjí, zatímco v jiných místech leží vedle sebe a jejich složením vzniká výsledná širší čára. Z dálky se nám zdá, jako by překrytím dvou soustav jemných čar vznikla nová soustava nějakých širokých pruhů, které tam předtím nebyly – nastal moaré efekt!

Ještě zajímavějšího efektu dosáhnete, když mřížky spolu nebudou rovnoběžné, ale budou svírat malý úhel. Vezměte dvě pevnější průhledné fólie a na každou z nich nakreslete černým lihovým fixem hustou mřížku složenou z rovnoběžných čar, mezi nimiž bude rozestup rovnající se tloušťce čáry.
Jinou možností je vytvořit takovou mřížku na počítači v kreslicím programu a vytisknout na laserové tiskárně na transparentní fólii pro tisk. Nouzově můžete použít i obyčejný papír a pozorovat proti světlu. Položte obě mřížky na sebe a měňte úhel. V místech průsečíků se překvapivě objeví nové, větší proužky jiného směru!

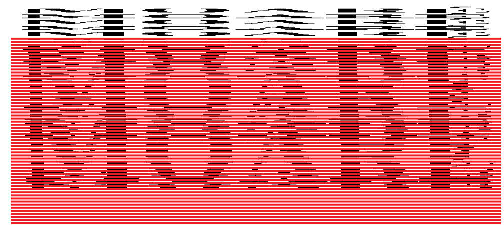




Nyní zkuste fóliemi po sobě posouvat nejprve ve svislém a pak ve vodorovném směru. Jak se chovají moaré proužky? Pro jednoduchost jsme začali rovnoběžnými proužky, moaré však vzniká i jinde.

Dají se dokonce vyrobit skryté nápisy, za normálních podmínek prakticky nečitelné, které se ve zvětšené podobě objeví až po přiložení příslušné mřížky. Nápis je totiž velmi úzký a mnohokrát se opakuje, ovšem s mírně odlišným rozestupem než je rozestup mřížky, takže se v každém řádku objeví jiná část písmen a tyto části z jednotlivých řádků dohromady dají velký nápis.

Působivé, že? Tento efekt je možné použít třeba v dětských knížkách, kde pomocí mřížky zviditelníme řešení úkolu.



Moaré však není jen hříčka. Dokáže zviditelnit drobné odchylky v pravidelnosti, neboť vzniklé tmavé pruhy jsou větší a lépe viditelné než ona drobná odchylka.

Chcete porovnat tkaninu vycházející ze stroje, zda má správnou hustotu? Stačí na ni přiložit kontrolní vzorek a podívat se proti světlu, odchylky okamžitě vyniknou.

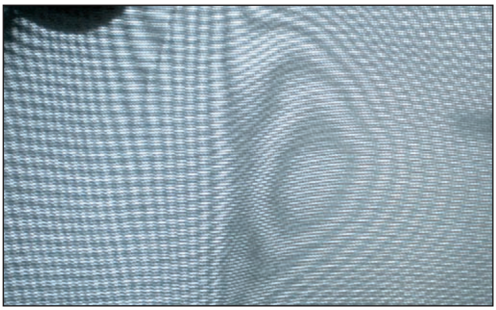
Při moaré topografii se zase na zkoumaný povrch promítá pravidelná jemná mřížka a přes druhou mřížku se povrch pozoruje. Takto se najdou i malé odchylky tvaru, nejen u průmyslových výrobků, ale i při lékařských vyšetřeních.

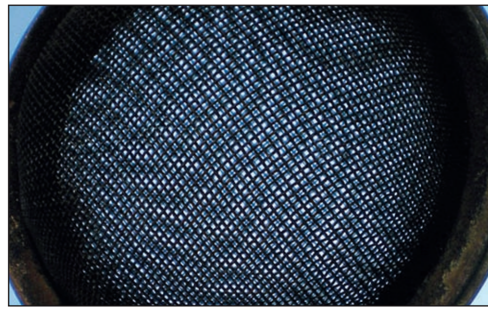
Moaré efekt může být v některých případech i nežádoucí. Nastává totiž také při elektronickém snímání obrazu, kdy snímací čip je složen z řad bodů a snímaný předmět obsahuje rovněž jemnou pravidelnou strukturu. Třeba když televizní kamera zabírá někoho v šatech s drobnými proužky či tvídové sukni s drobnými černými a bílými body. Proto televizní moderátoři nesmí nosit takové oblečení, které by způsobovalo moaré efekty.

Na moaré si musí dávat pozor i tiskaři. Tištěný barevný obraz se skládá z jemné struktury bodů základních barev. Je však nemilé, když je velikost některého z rastrů nepatrně odlišná, rázem se ve složeném obraze objeví nežádoucí efekty.

Máte-li na oknech sítě proti hmyzu, zkuste se přes jednu síť podívat na druhou, napnutou v rámu. Zdála se vám rovná? Nyní díky moaré efektu vidíte každou její nerovnost.

Pokud nemáte sítě proti hmyzu, zkuste se přes jednu napnutou záclonu podívat na druhou. Moaré najdete možná i tam, kde byste je vůbec nečekali. Prohlédněte si třeba tohle sítko na čaj.





2. Geometrie dláždění

Při dláždění jde o to, jak opakováním stejného tvaru vyplnit celou plochu. Podíváme-li se na situaci z geometrického hlediska, zjistíme, že některé tvary jsou pro dláždění obzvlášť vhodné. Určitě vás napadne čtverec. Naskládáme-li stejně velké čtverce vedle sebe, podaří se nám bez problémů vyplnit celou plochu.

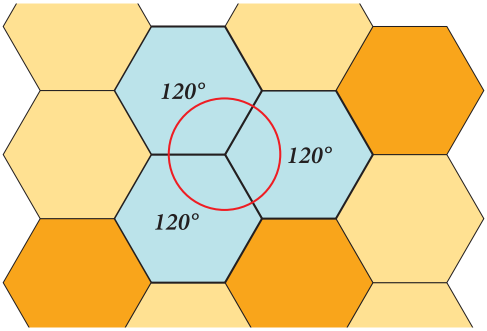
Navíc je čtvercový tvar jednoduchý na výrobu a také se dobře ukládá ve skladu vedle sebe, proto se čtvercové dlaždice používají nejčastěji.

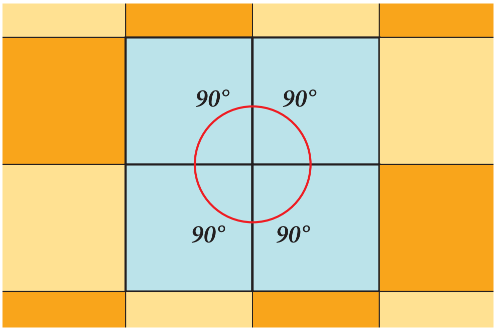
Má-li být plocha roviny vyplněna beze zbytku, musí hrany dlaždic v místě, kde se stýkají, tvořit plný úhel. Ten má velikost 360°. Čtvercové dlaždice se v rozích setkávají čtyři a roh každé z nich představuje úhel 90°, což vyhovuje našemu předpokladu, protože $4 \cdot 90° = 360°$.

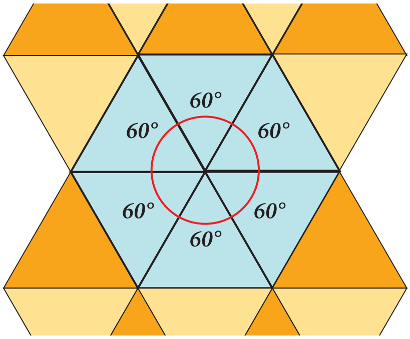
Plný úhel, tedy hodnota 360°, se dá rozdělit na stejné díly více způsoby:

Rozdělení plného úhlu	Pravidelný rovinný útvar s příslušnou hodnotou vnitřních úhlů	Použitelnost pro dlaždice
360° : 2 = 180°	neexistuje	ne
360° : 3 = 120°	šestiúhelník	ano
360° : 4 = 90°	čtverec	ano
360° : 5 = 72°	neexistuje	ne
360° : 6 = 60°	rovnostranný trojúhelník	ano

Při dělení vyššími čísly by nám vycházely ještě menší hodnoty vnitřních úhlů. Jenže žádné pravidelné rovinné útvary s takovými úhly neexistují. Musely by totiž mít méně vrcholů než trojúhelník, což není možné.

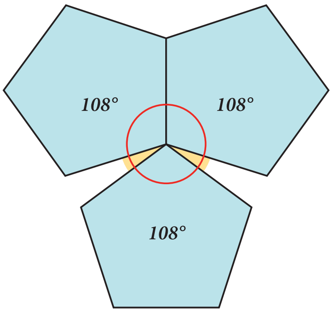


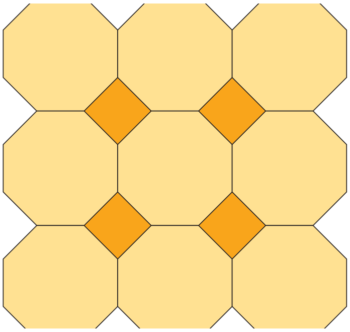




Proč není možné dláždit třeba pětiúhelníky? Vnitřní úhel pravidelného pětiúhelníku má velikost 108°. Víc než tři pětiúhelníky k sobě proto nedostanete. Jenže 3 · 108° = 324°, což je bohužel méně než 360°. Z toho vyplývá, že mezi pětiúhelníky zbude část plochy nepokrytá dlažbou a tato mezera se bude postupně rozšiřovat.

Zdálo by se, že tím jsou možnosti různých tvarů dlaždic vyčerpány. Nikde ale přece není stanoveno, že se musí dláždit jen pravidelnými rovinnými útvary. Vezměte si například takové osmiúhelníky. Přiložíte-li k sobě čtyři pravidelné osmiúhelníky, vznikne vám mezi nimi mezera tvaru čtverce. Stačí do ní tedy vložit menší čtvercovou dlaždici a vznikne krásná dlažba, zvlášť když zkombinujete různé barvy.

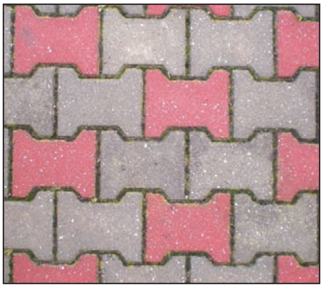




Kosočtverec má podobně jako čtverec všechny strany stejně dlouhé, ale na rozdíl od něj nemá pravé úhly. Půjde dlažbou ze samých shodných kosočtverců pokrýt celá rovina?

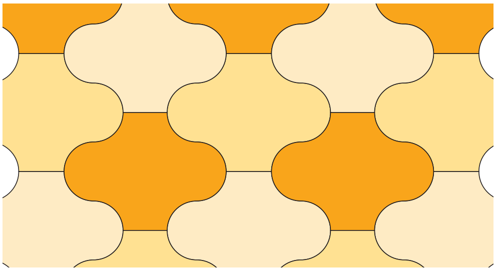
Vezměte tužku, papír a pravítko a zkoumejte! Dokážete vymyslet i dlažbu kombinující rovnostranné trojúhelníky a šestiúhelníky?

Zajímavým typem dlažby je tzv. *zámková dlažba*. Název neznamená, že by byla zamykatelná na klíč, ani se nepoužívá výhradně na zámcích. Obsahuje zámek v tom smyslu, že díky svému tvaru jsou do sebe sousední dlaždice tak zaklesnuty („zamčeny“), že se nemohou tak snadno posunout do boku jako třeba čtvercové dlaždice a dlažba je pak pevnější. Opět existuje nekonečně mnoho možností takové dlažby, z nichž některé se pro svou estetičnost používají nejvíce.



Všimněme si blíže zámkové dlaždice z druhého obrázku. Vložíme-li mezi rozšířené části dvou dlaždic konec třetí dlaždice, vznikne mezi jejich konci mezera přesně na další dlaždici. Tvary se musí vzájemně doplňovat.

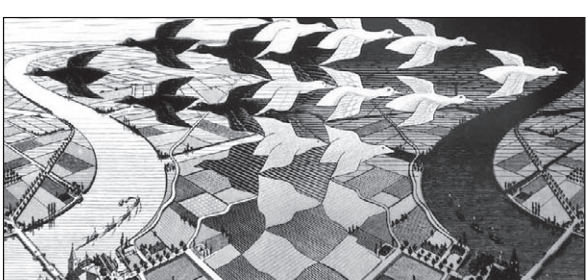
Strany dlaždic mohou být i zaoblené, příkladem je dlažba na dalším obrázku. Zaoblené a pravoúhlé tvary kombinuje další dlažba.

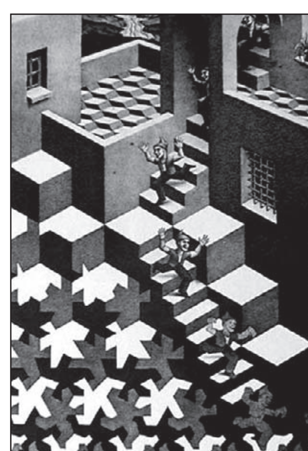


Zkuste vymyslet vlastní typ zámkové dlažby! Pro začátek si zkuste „vydláždit“ plochu papíru jedním z našich návrhů, opakováním tvaru „T“ nebo „L“ z obrázku. Vystřihněte jej v přiměřené velikosti z barevných papírů, nalepujte jeden tvar vedle druhého a ověřte, zda pokryjí plochu beze zbytku. A pak projevte trochu vlastní fantazie.

Milí dlaždiči, co říkáte na tento tvar? Půjde s ním pokrýt celá plocha, aby žádné místečko nezůstalo nevydlážděné? Vystřihněte si tento tvar z tvrdého papíru jako šablonu, přiložte na list papíru a obkreslete. Pak šablonu posuňte vedle do takové polohy, aby přiléhala k prvnímu tvaru, a zase obkreslete. Nezapomeňte, celou plochu je třeba vydláždit!

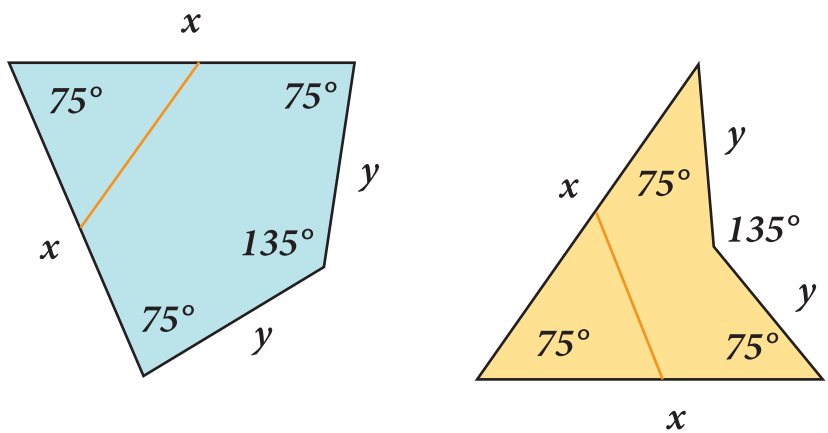
Mistrem ve vymýšlení do sebe zapadajících tvarů byl známý holandský grafik M. C. Escher (1898–1972). Jeho dílo bylo inspirováno geometrií a Escher s fantazií umělce dokázal vytvořit takové tvary pokrývající plochu, jako panáčky, ptáky, žáby, ještěrky a další.





3. Dláždění podle matematika Rogera Penrose

Tento anglický matematik navrhl pro dláždění použít dva tvary s opakujícími se dvěma hodnotami úhlů. Jeden z tvarů je konvexní a druhý konkávní a můžeme je při dláždění libovolně kombinovat podle potřeby, aby na sebe navazovaly. Na tvarech je namalován pruh, který v dlažbě vytváří vzor. Pozoruhodná je na této dlažbě skutečnost, že se vzor ani při vydláždění libovolně velké plochy nikde neopakuje.



Použitelné jsou i jiné hodnoty úhlů, například 80° a 200°. Samozřejmě větší z úhlů je u konvexního tvaru vnitřním úhlem, zatímco u konkávního je vnějším úhlem.

Abyste získali lepší představu, jak tato dlažba vypadá, vystřihněte si z barevného papíru „dlaždice" podle našeho vzoru a pusťte se do dláždění. Zkuste navrhnout i vlastní variantu s jinými velikostmi úhlů.

4. Geometrie pro cyklisty

Nevěřili byste, jak je z geometrického hlediska zajímavý pohyb jedoucího kola. Při otáčení kola na místě je situace jednoduchá, všechny body kola se pohybují po soustředných kružnicích. Jenže jaká je dráha jednoho bodu na jedoucím kole? Kolo se otáčí a zároveň se pohybuje vpřed.

Budeme-li sledovat například bod, který se v počátečním okamžiku pohybu dotýká silnice, zjistíme, že se pohybuje vpřed a zároveň nahoru až do maximální výšky rovné průměru kola. Pak bod zase klesá, až se dotkne silnice.

Situace se stále opakuje a bod opisuje široké oblouky speciální křivky, kterou nazýváme *cykloida*. Pozor, cykloida není částí kružnice, takže ji nemůžeme sestrojit kružítkem.

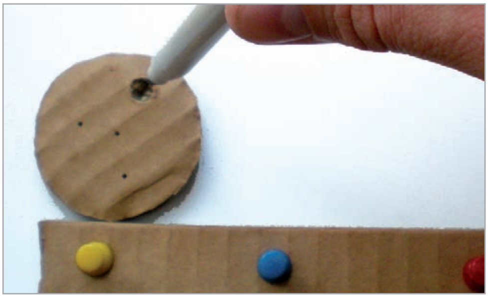
Sestrojte tvar cykloidy! Jak na to, když nejde rýsovat kružítkem?

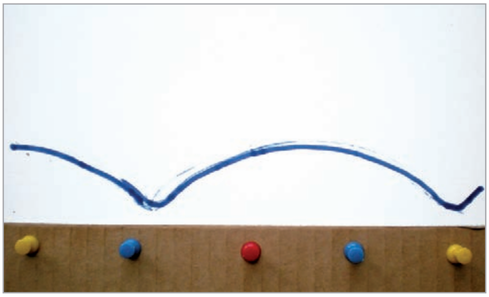
Vystřihněte z tvrdého kartonu kruh a poblíž okraje v něm vyrobte otvor.

Na stůl položte korkovou podložku nebo kus kartonu z krabice, na podložku dejte papír na rýsování a špendlíky připevněte rovný kus kartonu. Ten bude představovat „silnici“. Přiložte kolo, do otvoru vložte tužku nebo fix a jeďte kolem vpřed.

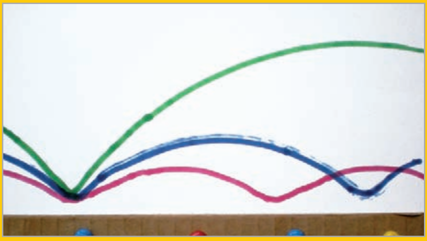
Chce to trochu šikovnosti, protože kolo nesmí po rovném podkladu klouzat, ale musí se při pohybu otáčet, takže je potřeba je prstem přitlačovat dolů.

Odměnou vám bude krásný tvar cykloidy, který vznikne zcela automaticky.





Vyzkoušejte, jaký vliv na tvar cykloidy bude mít změna poloměru kola. Vystřihněte kola různých velikostí a kreslete barevné cykloidy na jeden papír.
Začínejte pokaždé ze stejné startovní pozice, aby bylo názorně vidět, jak se jednotlivé cykloidy liší.

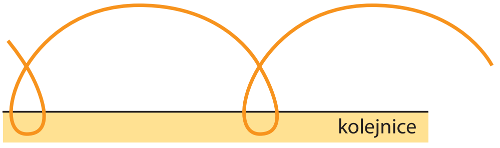


Taková cykloida, která vznikne pohybem bodu ležícího na obvodu kola, je *prostá cykloida*. Konec každého oblouku se dotkne „silnice“ a maximální výška oblouku se rovná dvěma poloměrům kružnice.

Bude-li bod ležet uvnitř kola, to znamená, že jeho vzdálenost od středu bude menší než poloměr, vznikne *zkrácená cykloida.* To byl právě náš případ, protože hrot tužky nebyl přímo na obvodu kola, ale uvnitř. Proto se bod při pohybu nedotýkal přímo základní čáry, po níž se kolo odvalovalo. Tvar každé cykloidy se pravidelně opakuje.

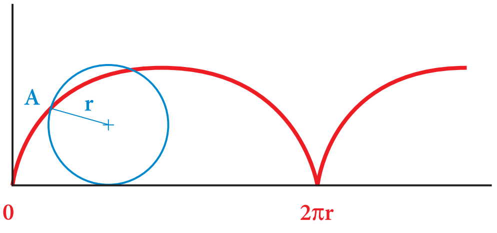
Zajímavá situace nastane, když bude bod ležet naopak ve větší vzdálenosti, než je poloměr. S tím se můžeme setkat u kol vlaku, protože ta mají vodicí okraj zasahující až pod kolejnici, po níž kola jedou.

A právě body ležící na přesahujícím okraji kola vykonávají pohyb po *prodloužené cykloidě*, pro niž je typická klička pod úrovní kolejnice. V tom okamžiku, kdy jsou body ve spodní části své dráhy, se dokonce malou chvíli pohybují proti směru pohybu vlaku!



Cykloida není jen zajímavým typem křivky, má svůj význam i v technice. Ze všech možných tvarů oblouku má právě prostá cykloida nejvyšší nosnost, proto se její tvar používá u klasických obloukových mostů.

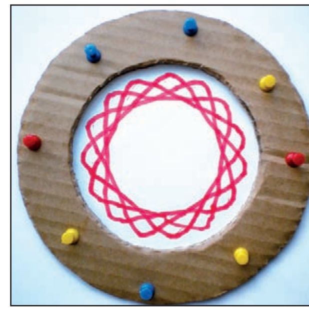
Krásným příkladem je tento historický nýtovaný železniční most.



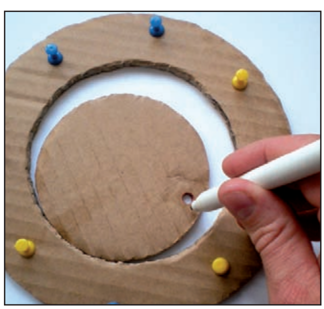
Pohrajte si s cykloidami.

Zajímavé varianty cykloid vzniknou, když se kolo nebude odvalovat po rovném základu, ale uvnitř kruhového prstence.

Opět vystřihněte vše z kartonu, papír podložte korkem a prstenec přichyťte špendlíky. Vložte fix do otvoru v kruhu, přitlačujte jej k prstenci, aby se otáčel, a jeďte v prstenci několikrát dokola. Výsledek bude stát za to!



Samozřejmě vyzkoušejte různé poloměry kruhu, uvidíte, jak se křivka mění. Možná znáte dětskou hračku založenou právě na tomto principu.



Kolo nemusí jet jen po vnitřku prstence.

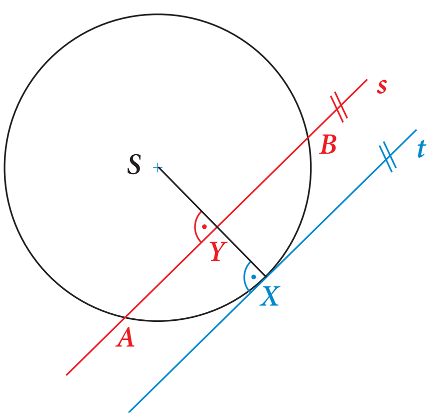
Jaká cykloida vznikne, když pojede po pevném kole z vnější strany?

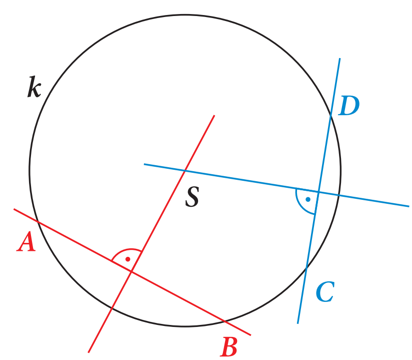
Krásný výsledek určitě stojí za vynaloženou námahu!

5. Netradiční geometrické pomůcky

Při rýsování kružnice si obvykle nejprve vyznačíte střed a do něj zapíchnete kružítko, takže poloha středu je známá. Kdybyste ale měli nakreslený kruh (nebo vystřižený z papíru či vyřezaný ze dřeva), v němž by střed nebyl vyznačený, dokázali byste jej najít? Rozhodně nebudeme zkoušet někam zabodnout kružítko, jestli se trefíme, to by nebyla přesná konstrukce, půjdeme na to na základě geometrických znalostí. Nalezení středu kruhu či kružnice představuje zajímavou matematickou úlohu.

Sestrojíme-li v libovolném místě kružnice její poloměr, pak v místě, kde má úsečka znázorňující poloměr společný bod s kružnicí, je tečna *t* ke kružnici *k* kolmá k tomuto poloměru. Posunete-li tečnu blíž ke středu kružnice, stane se z ní sečna, protínající kružnici ve dvou bodech (v našem obrázku *A* a *B*). Tato sečna *s* je rovnoběžná s původní tečnou *t*, takže je také kolmá k poloměru *SX*, který ji zároveň půlí. To jsou všechno známé geometrické vlastnosti.





Při hledání středu kružnice budeme stejně jako při detektivním pátrání postupovat opačně, od konce. Nezapomeňte, že při geometrických konstrukcích musíme vše sestrojit čistě jen s použitím pravítka a kružítka, nemůžeme nic měřit a nějaké hodnoty vypočítávat, protože tím bychom do konstrukce vnášeli nepřesnost.

Přes kružnici povedeme libovolnou sečnu. Ta protne kružnici ve dvou průsečících *A*, *B*. Když najdeme střed úsečky *AB* a v něm sestrojíme kolmici, máme jistotu, že někde na ní musí ležet střed kružnice. Jenže nevíme, v jaké vzdálenosti. Proto postup ještě jednou zopakujeme, v úplně jiném místě sestrojíme jinou sečnu. Opět najdeme střed vzniklé úsečky a v něm sestrojíme kolmici. Rovněž na této kolmici musí ležet hledaný střed kružnice. Protože musí ležet zároveň na první i druhé kolmici, bude ležet v jejich průsečíku. Krásné je, že tento postup funguje u každé kružnice, ať je jakkoliv velká.

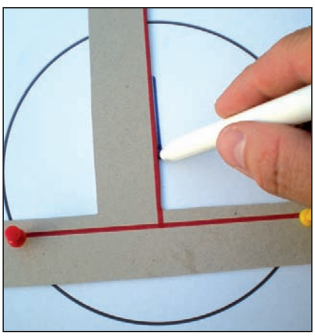
Zdá se vám geometrická konstrukce pracná?

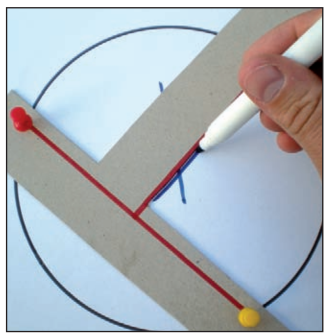
Vyrobte si pomůcku pro hledání středů kružnic. Z tvrdého papíru vystřihněte tvar velkého písmene „T“. Noha písmene T musí být kolmá k horní straně. Jedna boční hrana této nohy bude sloužit jako pravítko, proto musí být vystřižená rovně.

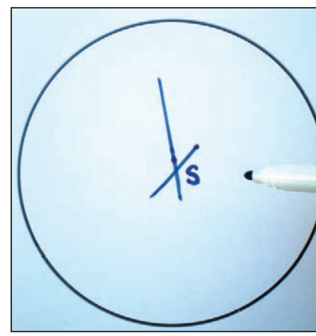
Zvýrazněte tuto hranu barevně a na vrcholu písmene T vyznačte úsečku kolmou k této hraně.

Do této úsečky zapíchněte dva špendlíky ve stejných vzdálenostech od středu, každý na jednu stranu. Tím je pomůcka hotová.

Používá se tak, že špendlíky přiložíte na kružnici a podél zvýrazněné hrany nakreslíte tužkou úsečku. Pak přiložte pomůcku zase v jiném místě kružnice a opět narýsujte úsečku podél zvýrazněné hrany. Tam, kde se obě úsečky protnou, leží hledaný střed. Vyzkoušejte na kruhu z papíru nebo klidně třeba na pokličce z kastrolu.







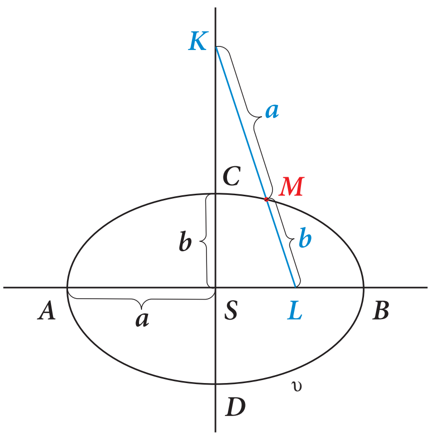
Taková pomůcka se skutečně vyrábí (samozřejmě ne papírová, ale kovová) a používají ji například stolaři, když potřebují najít střed dřevěného kruhu.

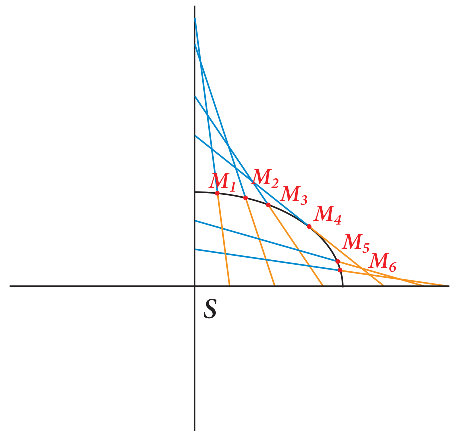
V prvním díle Hravé matematiky jsme si ukázali „zahradnickou“ konstrukci elipsy pomocí provázku.

Nyní si vyrobíme stolní „strojek na elipsy“. Jedná se o takzvanou *proužkovou konstrukci elipsy*. Připomeňme nejprve, že elipsa má tu vlastnost, že každý její bod má stejný součet vzdáleností od dvou bodů zvaných ohniska elipsy, čehož se využívá právě při konstrukci pomocí provázku.

Jak tedy postupovat při proužkové konstrukci elipsy? Zvolte si délku poloos *a* a *b* vaší elipsy. Když tyto poloosy protáhnete vně elipsy a sestrojíte libovolnou úsečku *KL* o délce rovné součtu poloos *a* + *b*, jejíž koncové body leží na prodloužených poloosách, bude průsečík *M* této úsečky s elipsou dělit úsečku KL na dva úseky, jejichž délky budou právě *a* a *b*.

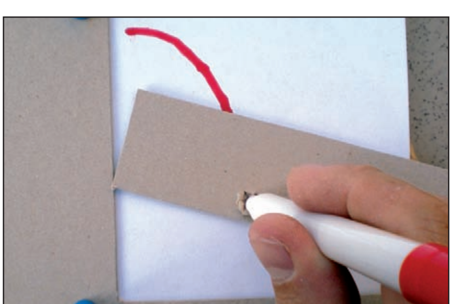
Kdybychom takových úseček sestrojili velký počet v různých polohách, rozdělili je na úseky o délce poloos elipsy a vyznačili všechny takto získané body *M*, začaly by nám tyto získané body tvořit elipsu. A právě na tomto principu je založena proužková konstrukce elipsy.





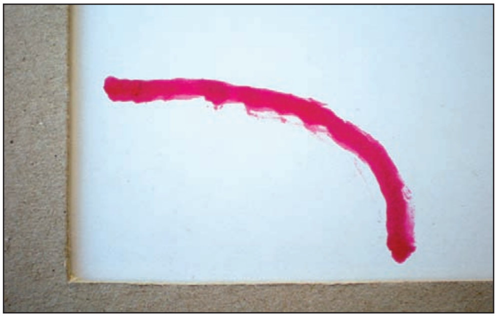
A teď, když jsme si vysvětlili teorii, vezměte nůžky a tvrdý papír a vyrobte si jednoduchou pomůcku pro rýsování elipsy. Nejprve vystřihněte v kusu kartonu výsek ve tvaru pravého úhlu.

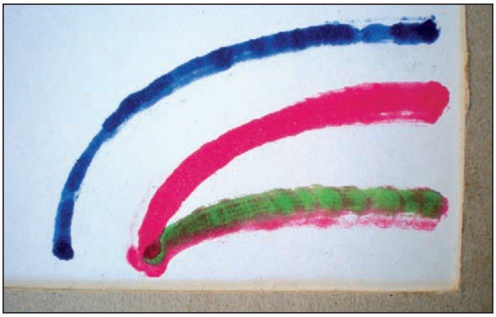
Podle toho, jak velkou elipsu chcete narýsovat, zvolte délku proužku kartonu. V něm zhotovte otvor, nezapomeňte, že jeho vzdálenost od jednoho konce proužku udává délku jedné poloosy elipsy a vzdálenost od druhého konce zase délku druhé poloosy. Kus kartonu s výsekem bude tvořit dráhu, po níž se budou pohybovat konce proužku. Položte jej na papír, úsečku přiložte koncovými body k vodicímu kartonu a do otvoru vložte tužku, stejně jako na obrázku. Klouzejte úsečkou po kartonu a tužka začne kreslit elipsu! Takto narýsujete čtvrtinu elipsy, pak zase musíte karton otočit.



Samozřejmě váš „strojek na elipsy" umí kreslit různě velké elipsy. Vyzkoušejte proužky delší nebo kratší.

Také vyzkoušejte, jak se změní tvar elipsy, když proužek ponecháte stejně dlouhý, ale změníte polohu otvoru pro tužku.

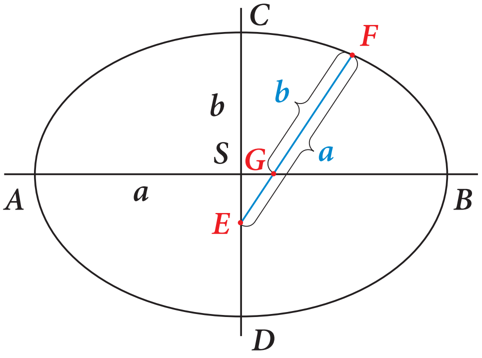




Kružnice není nic jiného než speciální případ elipsy, jejíž obě poloosy mají stejnou délku.

Můžete se o tom snadno přesvědčit, když otvor pro tužku ve vašem proužku zhotovíte přesně uprostřed. Možná vás to překvapí, ale i tímto nezvyklým způsobem může vzniknout kružnice.

Je ještě jedna možnost, jak pomocí proužku papíru získat elipsu. Tentokrát bude mít celý proužek jen délku rovnou délce delší poloosy *a*. Koncový bod *E* se bude pohybovat po jedné ose elipsy, zatímco druhý koncový bod této úsečky *F* se bude pohybovat přímo po elipse. Dělicí bod *G* vzdálený od bodu *F* na elipse o délku kratší poloosy *b* se bude pohybovat po druhé ose elipsy.

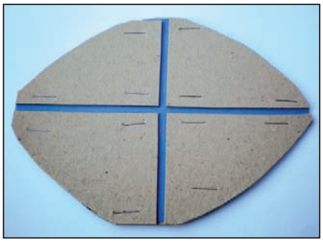
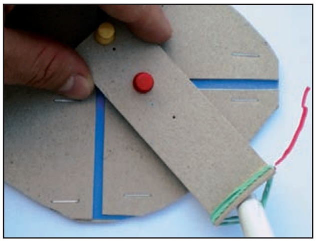
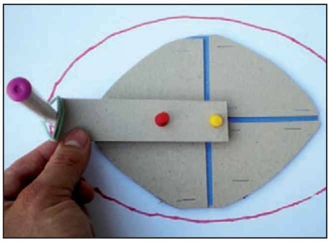


Zde bude příprava o něco složitější. Z kartonu vystřihněte dva ovály. Jeden nechejte celý a druhý rozdělte na čtvrtiny. Ty nalepte nebo připevněte sešívačkou na kus tvrdého papíru, aby tvořily kříž s drážkami uprostřed. Drážky jsou důležité, budou totiž tvořit vodicí kolejnice při kreslení.

Dále si připravte proužek o délce větší poloosy elipsy. Na jednom konci do něj vyrobte větší otvor, kam připevníte fix. Na druhý konec a také kousek od něj nasaďte do menších otvorů kousky špejle nebo špendlíky.

Položte kříž na list papíru a proužek nasaďte špejlemi do dvou různých drážek.

Jeďte proužkem tak, jak vám vedení dovolí, a fix bude kreslit elipsu. Projedete-li všechny části kříže, vznikne celá elipsa.

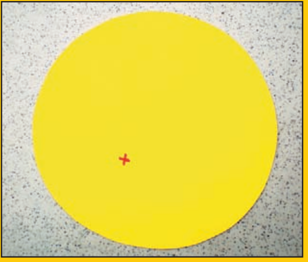




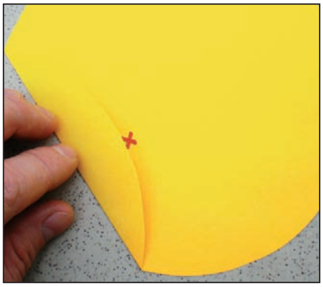
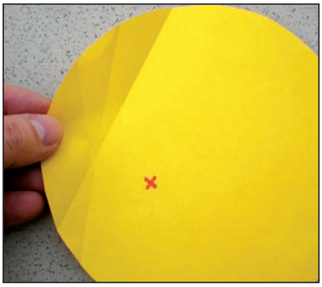
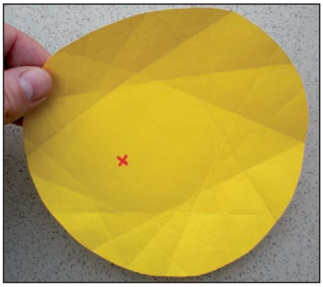
Elipsu můžeme získat i zcela bez rýsování jen ohýbáním papíru.

Stačí, když z papíru vystřihnete kruh a vyznačíte libovolný bod ležící mimo jeho střed.

Pak v některém místě přeložte papír tak, aby se jeho okraj dostal do vyznačeného bodu. Papír opět narovnejte.

Vyberte si zase jiné místo a opět přeložte papír stejným způsobem. Takto postupujte stále dál, až mezi přímkami vzniklými přeložením papíru vznikne elipsa.



Zajímavou vlastnost elipsy si předvedeme na „kulečníku pro nešikovné".

Tento speciální kulečník nebude mít klasický obdélníkový tvar, ale eliptický. Vyrobte jej z kartonu, z něhož vystřihnete velkou elipsu, kterou sestrojíte třeba pomocí provázkové konstrukce.

Přilepte okraje z tvrdého papíru a postavte kuličku do jednoho z ohnisek elipsy.

Ať do ní udeříte jakýmkoliv směrem, vždy se od stěny kulečníku odrazí tak, že bude směřovat do druhého ohniska.

Do druhého ohniska proto umístěte otvor, kterým má koule propadnout.

Pak si můžete užít příjemně snadnou hru.

V londýnské katedrále sv. Pavla využívají této vlastnosti elipsy zase jiným způsobem.

Mají zde tzv. galerii šepotu umístěnou v kopuli tvaru poloviny rotačního elipsoidu, což je geometrický útvar vzniklý rotací elipsy kolem některé z jejích os.

Stojíte-li v jednom ohnisku a váš posluchač v druhém, jsou všechny zvukové vlny kopulí soustředěny právě do druhého ohniska, takže je tam na vzdálenost 30 metrů slyšet i slabý šepot.