

OPTIKA

PETR MALÝ



KAROLINUM

Optika

Petr Malý

Recenzovali:

prof. RNDr. Ivan Pelant, DrSc.

doc. RNDr. Pavel Hlídaek, CSc.

Vydala Univerzita Karlova, Nakladatelství Karolinum

Praha 2013

Obálka Jan Šerých

Sazba Václav Havlíček

Vydání druhé, přepracované

© Univerzita Karlova, 2013

© Petr Malý, 2013

ISBN 978-80-246-2246-0

ISBN 978-80-246-2793-9 (pdf)



Univerzita Karlova
Nakladatelství Karolinum

www.karolinum.cz
ebooks@karolinum.cz

Boswell. "Then, Sir, what is poetry?" Johnson. "Why, Sir, it is much easier to say what it is not. We all *know* what light is; but it is not easy to *tell* what it is."

Boswell: „Co je tedy, pane, poezie?“ Johnson: „Víte, pane, ono je snazší říci, co poezie není. Všichni přece víme, co je světlo, ale povědět, co to je, to vůbec není snadné.“

Boswell, James: *Life of Johnson*. London, Oxford University Press, 1965, s. 744
(11 April 1776)

Obsah

Úvod.....	11
1 Světlo jako elektromagnetické vlny.....	17
1.1 Spektrum elektromagnetických vln.....	17
1.2 Vlnová rovnice.....	17
1.3 Rovinné vlny.....	20
1.3.1 Obecná rovinná světelná vlna.....	21
1.3.2 Harmonická rovinná světelná vlna.....	24
1.4 Princip superpozice.....	27
1.5 Komplexní reprezentace.....	27
1.6 Intenzita světla.....	29
1.7 Kulové vlny.....	30
1.8 Šíření světla ve vodivém prostředí.....	33
2 Polarizace světla rovinné monochromatické vlny.....	39
2.1 Lineární, kruhová a eliptická polarizace světla.....	39
2.2 Maticový popis polarizace světla.....	42
3 Odraz a lom světla na rovinném rozhraní dvou prostředí.....	49
4 Kvazimonochematické elektromagnetické vlny.....	63
4.1 Spektrální rozklad světla.....	63
4.2 Grupová rychlost světla.....	65
5 Interference světla.....	72
5.1 Dvojsvazková interference.....	72
5.1.1 Interference dvou rovinných světelných vln.....	72
5.1.2 Youngův experiment.....	77
5.1.3 Další příklady dvojsvazkové interference – dělení vlnoplochy.....	79
5.1.4 Další příklady dvojsvazkové interference – dělení amplitudy.....	80
5.1.4.1 Michelsonův interferometr.....	80
5.1.4.2 Interference na dielektrických vrstvách.....	81
5.1.4.2.1 Proužky stejného sklonu.....	83
5.1.4.2.2 Proužky stejné tloušťky.....	85
5.1.4.2.3 Antireflexní vrstvy.....	86
5.2 Mnohosvazková interference.....	87
6 Koherence světla.....	95
6.1 Úvod do skalární teorie koherence.....	96
6.2 Polarizace světla.....	103

7 Holografie	107
8 Difrakce světla	112
8.1 Fraunhoferova difrakce	113
8.1.1 Fraunhoferova difrakce na štěrbině	113
8.1.2 Difrakce na obdélníkovém otvoru	117
8.1.3 Difrakce na kruhovém otvoru	117
8.1.4 Fraunhoferova difrakce na řadě štěrbin	119
8.2 Fresnelova difrakce	123
8.2.1 Babinetův princip	125
8.2.2 Názorná formulace rozdílu mezi Fraunhoferovou a Fresnelovou difrakcí	126
8.2.3 Fresnelovy zóny	127
8.2.3.1 Fresnelova difrakce na kruhové apertuře	127
8.2.3.2 Fresnelova difrakce v případě válcových vln	132
8.2.3.3 Fresnelova difrakce na hraně	136
8.3 Matematická teorie	138
8.4 Difrakce vln na trojdimenzionálních periodických strukturách	143
9 Princip fourierovské optiky	148
10 Základy geometrické optiky	156
10.1 Úvod do geometrické optiky	156
10.1.1 Eikonálová rovnice	156
10.1.2 Zákon lomu pro paprsky	159
10.1.3 Intenzita světla v geometrické optice	160
10.1.4 Paprsková rovnice	161
10.1.5 Fermatův princip	163
10.2 Geometrická optika sférických ploch	165
10.2.1 Znaménková konvence	166
10.2.2 Abbeův invariant	167
10.2.3 Kardinální body optické soustavy	169
10.2.4 Zobrazovací rovnice	171
10.2.5 Zrcadlové plochy	172
10.2.6 Zvětšení při optickém zobrazení	173
10.2.7 Kombinace dvou zobrazení	174
10.2.8 Optická čočka	177
10.3 Vybrané zobrazovací přístroje	179
10.3.1 Lupa	179
10.3.2 Mikroskop	182
10.3.3 Teleskop (dalekohled)	184
10.3.4 Fotografický přístroj	187
10.4 Paraxiální optika maticově	189
10.4.1 Maticový formalismus	189
10.4.2 Tlustá optická čočka	193
10.4.3 Obecná optická soustava, kardinální body	194
10.4.4 Laserový rezonátor	199
10.5 Vady zobrazení (aberrace)	203
10.5.1 Monochromatické aberrace	205
10.5.2 Barevné vady zobrazení	211

11 Spektrální přístroje	214
11.1 Základy optické spektroskopie	214
11.2 Spektrometry	218
11.2.1 Optický disperzní hranol	220
11.2.2 Optická ohybová mřížka	221
11.3 Fabry-Perotův interferometr	226
12 Základy fotometrie a radiometrie	231
13 Šíření světla v anizotropních látkách	237
13.1 Vlastnosti tenzoru permitivity	238
13.2 Světelné vlny v anizotropním prostředí	240
13.2.1 Řádná a mimořádná vlna, Fresnelova rovnice	241
13.2.2 Optická indikatrix	246
13.2.3 Souvislost mezi geometrickou konstrukcí (indikatrix) a řešením Fresnelovy rovnice	247
13.2.4 Šíření světla v anizotropním prostředí: shrnutí	250
13.3 Lom světla při dopadu na anizotropní prostředí	250
13.3.1 Určení směru mimořádného paprsku pomocí normálové plochy – zdůvodnění	254
13.4 Použití dvojlomných látek	255
13.4.1 Polarizátory	255
13.4.2 Kompenzátory	257
13.4.3 Interference polarizovaných svazků	260
13.4.4 Fotoelastické chování	261
13.4.5 Kerrův jev	261
14 Interakce světla s látkou	264
14.1 Klasický model pro výpočet indexu lomu dielektrik	265
14.1.1 Lorentzův model pro výpočet indexu lomu dielektrik	266
14.1.2 Lokální pole	269
14.2 Klasický model pro výpočet indexu lomu kovů	270
14.3 Vysvětlení absorpce z mikroskopického hlediska	273
14.4 Vysvětlení existence indexu lomu z mikroskopického hlediska	278
14.5 Rozptyl světla	283
15 Základy laserové fyziky	289
15.1 Interakce světla s látkou v případě reálných přechodů mezi energetickými stavy	289
15.2 Laser	295
16 Nelineární optika	307
16.1 Nelineární optické jevy druhého řádu	308
16.2 Nelineární optické jevy třetího řádu	312
16.3 Mikroskopický model optických nelinearit druhého řádu	317
17 Základy vláknové optiky	322

18 Zdroje a detektory světla	328
18.1 Světelné zdroje.....	328
18.2 Detektory	329
18.2.1 Tepelné detektory.....	330
18.2.2 Kvantové detektory.....	330
18.2.3 Lidské oko.....	337
19 Vlnově-korpuskulární dualismus	342
19.1 Tepelné záření.....	342
19.2 Fotony	351
19.3 Vlnové vlastnosti částic	352
Vybrané základní fyzikální konstanty	355
Literatura	357
Rejstřík	359

Úvod

Optika se zabývá světlem: jeho vznikem, šířením, detekcí a interakcí s látkami. V oblasti optiky došlo v několika posledních desetiletích k významným objevům, které přispěly jak k rozvoji fyzikálního poznání, tak k řadě aplikací, které ovlivňují významně náš každodenní život. Jmenujme například laserové čtečky čárových kódů v supermarketech, CD a DVD přehrávače, laserové tiskárny, skenery nebo optické komunikace. Optika patří k nejstarším odvětvím fyziky. Příčina je zřejmá, protože světlo hraje v životě lidí mimořádně důležitou úlohu. Většinu informací získává člověk prostřednictvím zrakového vjemu. Proto je samozřejmé, že chápání a studium světla je spojeno kromě fyziky i s rozvojem filozofie.

Již ve starověkém Řecku bylo známo šíření světla ve formě světelných paprsků, jejich odraz a lom. Staří Řekové řešili například otázku, jak rychle člověk vidí, čímž se myslelo, jak dlouho spatřování trvá: vidění si představovali tak, že člověk z očí vysílá paprsky, které splynou s vnějším světlem, osahají objekt a pak opět dopadnou do oka. Chápání šíření světla bylo do velké míry ovlivněno starověkou geometrií. Například známý zákon lomu pro optické paprsky byl popsán podrobně alexandrijským astronomem CLAUDIEM PTOLEMAIEM (2. stol. př. Kr.), když dával do souvislosti posloupnost úhlů dopadu ze vzduchu a úhlů lomu do vody, ovšem tak, že přiřazoval úhlům lomu hodnoty dané jistou aritmetickou řadou. Zákon lomu neformuloval správně ani JOHANNES KEPLER (1571–1630), který používal vztah platný pouze pro malé úhly. Nicméně úspěšně z něj vycházel při konstrukci teleskopu. Správně zákon lomu světla získal na základě měření WILLEBRORD SNELL (1591–1626, Snellius), na základě částicové teorie ho odvodil RENÉ DESCARTES (1596–1650) a pomocí principu nejkratší dráhy světla PIERRE DE FERMAT (1609–1665). Zákon lomu a odrazu stačí ke správnému popisu zobrazení čočkami a zrcadly, což jsou prvky, kterými jsou tvořeny zobrazovací optické přístroje. Tato oblast optiky bývá označována jako geometrická optika, protože se zde v řadě případů dá použít geometrická konstrukce chodu světelných paprsků. Stálý pokrok v konstrukci a kvalitě zobrazovacích prvků je spojen s rozvojem matematických nástrojů pro jejich popis, ať už tradičních analytických řešení a odpovídajících aproximativních metod, např. CARL FRIEDRICH GAUSS (1777–1855), ERNST ABBE (1840–1905), LUDWIG SEIDEL (1821–1896), nebo v poslední době numerických metod a počítačových programů.

Celou historii optiky provází otázka, zda je světlo ve své podstatě proud částic (korpuskulární, částicová teorie světla) nebo vlnění (vlnová teorie). Například ISAAC NEWTON (1643–1727), který ukázal ve svém známém experimentu, že se bílé světlo při průchodu skleněným hranolem rozkládá na složky různých barev, byl stejně jako starověcí vědci zastánce korpuskulární teorie. Pozorování dalších optických jevů, jako ohyb světla, však vedlo postupně k formulaci vlnové teorie. Začíná se objevovat již v 17. století, kdy je spojena se jmény ROBERT HOOKE (1635–1703) a CHRISTIAN HUYGENS (1629–1695), ovšem zcela zvítězila začátkem 19. století. THOMAS YOUNG (1773–1829) provedl svůj známý interferenční pokus, který správně interpretoval, a dal do souvislosti interferenci a ohyb světla. ETIENNE LOUIS MALUS (1775–1812) objevil polarizaci světla (v roce 1809) a zjistil, že odporuje představě, podle níž je světlo tvořeno podélnými vlnami, jak si představoval například Huygens. Pozorování šíření světla v krystalech, které provedl DOMINIQUE FRANCOIS ARAGO (1786–1853), pak vedlo Younga k závěru, že světelné vlny jsou příčné. JEAN FRESNEL (1788–1827) provedl další experimenty s ohybem světla a rozvinul pro jejich popis metodu zón, jež se dnes nazývají Fresnelovy zóny. Vypracoval také popis šíření světla v krystalech, který se stále používá. Vlnovou teorii světla matematicky zpracoval uspokojivě ke konci 19. století GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF (1823–1887) a ARNOLD SOMMERFELD (1868–1951). K chápání ohybu světla přispěl svými pozorováními i JOSEPH FRAUNHOFER (1787–1826), jenž objevil optickou ohybovou mřížku (1820) a použil ji k měření vlnové délky světla. To umožnilo vznik optické spektroskopie, která je dnes mimořádně důležitá v řadě oblastí a stále se rozvíjí. V roce 1865 zformuloval JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) rovnice popisující elektrické a magnetické jevy, ukázal, že z nich plyne existence elektromagnetických vln, a navrhl, že k nim patří i světlo. Experimentální prokázání elektromagnetických vln a jejich vlastností shodných s vlastnostmi světla, které provedl v roce 1888 HEINRICH HERTZ (1857–1944), znamenalo jasné vítězství vlnové teorie světla. Pro popis šíření světla v látkách navrhl ještě v 19. století HENDRIK ANTOON LORENTZ (1853–1928) model, který vysvětluje interakci světla s látkou pomocí pružně vázaných nábojů v látce. Tento model však nevysvětlil dobře proces absorpce a emise světla. Ke konci devatenáctého století byla spokojenost s klasickou vlnovou teorií světla narušena zejména pozorováním tepelného záření (záření černého tělesa) a fotoelektrického jevu. GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF (1824–1887) dospěl v roce 1859 k závěru, že v každé dutině obklopené stejně teplými stěnami existuje elektromagnetické záření závislé pouze na teplotě stěn, a ne například na jejich materiálu. Experimentální a teoretické zkoumání tohoto záření, spojené zejména se jmény WILHELM WIEN (1863–1928), LUDWIG EDUARD

BOLTZMANN (1843–1906) a JOSEPH STEFAN (1835–1893), bylo zakončeno interpolačním (Planckovým) zákonem, který vlastnosti záření černého tělesa správně popsal. Jeho interpretace vedla v roce 1900 MAXE PLANCKA (1858–1947) k závěru, že světlo může odevzdávat nebo přijímat od látky jen určité, diskrétní hodnoty energie. Tento objev znamenal počátek kvantové teorie. Fotoelektrický jev, tedy uvolňování elektronů z povrchu látky při dopadu světla vhodné vlnové délky, jako první popsal HEINRICH HERTZ roce 1887, když pozoroval, že dopad ultrafialového světla na elektrodu jiskřiště usnadňuje přeskok jiskry mezi jeho elektrodami. Vysvětlení fotoelektrického jevu, zejména skutečnosti, že kinetická energie vyletujících elektronů nezávisí na intenzitě dopadajícího světla, ale na jeho vlnové délce, podal v roce 1905 ALBERT EINSTEIN (1879–1955), podle něhož je samo světlo tvořeno elementárními světelnými „částicemi“. Ty nazval chemik GILBERT LEWIS v roce 1926 fotony. Světlo má tedy jak částicovou, tak vlnovou podstatu, mluví se o korpuskulárně-vlnovém dualismu. Při vysvětlení interakce světla s látkami zavedl Einstein také představu stimulované emise světla, fyzikálního procesu, který je podstatou činnosti laseru. První laser ale sestrojil až v roce 1960 THEODORE HAROLD MAIMAN (1927–2007). LUISE DE BROGLIE (1892–1987) navrhl představu, že vlnově-korpuskulární dualismus se vztahuje i na hmotné objekty, což odpovídá závěrům kvantové mechaniky zformulované později. S rozvojem kvantové teorie látek se rozvíjel také kvantový popis interakce světla s látkou, kvantová elektrodynamika. Statistické vlastnosti světla, tedy optická koherence, byly studovány v souvislosti s interferenčními pokusy (korelace amplitud světelných vln) v rámci klasické fyziky. Korelační měření intenzit světelných vln vedla k rozvoji kvantové teorie optické koherence. Za její vypracování získal Nobelovu cenu za fyziku v roce 2005 ROY J. GLAUBER (nar. 1925), ovšem na jejím rozvoji pracovala řada dalších, například EMIL WOLF (nar. 1922 v Praze, dlouholetý profesor university v Rochestru). Objev laseru a rozšíření laserů s intenzivními světelnými pulzy v šedesátých letech 20. století umožnily studium celé řady nelineárních optických jevů; jako první byla pozorována generace druhé harmonické frekvence rubínového laseru. V sedmdesátých letech se začala rozvíjet kvantová nelineární optika, zabývající se zejména nelineárními jevy spojenými s jednotlivými fotony. V roce 1980 byly demonstrovány zdroje světla s potlačeným šumem (tzv. tiché světlo s fázově citlivým šumem). Optické chlazení a zachycení jednotlivých atomů světelnými svazky, rozvíjené v osmdesátých a devadesátých letech 20. století, umožnilo přesné studium interakce světla s látkou; studuje se například interakce jednoho atomu s jedním módem světla. S optikou je také úzce spojen současný rozvoj nového pojetí zpracování informace, který vede ke kvantové kryptografii a kvantovým počítačům.

Zajímavá je historie optiky v českých zemích. K optikům světového a historického významu patří JAN MAREK MARKŮ Z LANŠKROUNA (Joannes Marcus Marci de Cronland, 1595–1667), který byl lékařem, dokonce osobním lékařem Ferdinanda III. a rektorem Karlovy univerzity. Ve vyšším věku vstoupil do jezuitského řádu. V latinském spise „Thaumantias“ z r. 1648 uvedl pozorování, že úhel lomu závisí na vlnové délce, objevil a publikoval tedy disperzi při lomu světla ještě před Newtonem. Poměrně nedávno se také prokázalo, že byl mezi prvními, kdo pozorovali ohyb světla, který objevili nezávisle tři badatelé: Marci, ROBERT BOYLE (1627–1691) a FRANCESCO M. GRIMALDI (1613–1663). AUGUSTIN L. CAUCHY (1789–1857), slavný matematik, který ovšem také vypracoval první matematickou teorii disperze (dodnes se používá tzv. Cauchyho vzorec), žil určitou dobu v Praze jako vychovatel dětí rodiny francouzského krále Karla X. Známý fyziolog JAN EVANGELISTA PURKYNĚ (1787–1869) se zabýval optikou lidského oka, objevil závislost maxima spektrální citlivosti oka na intenzitě dopadajícího světla (Purkyňův jev) a zkoumal setrvačnost zrakového vjemu. FRANTIŠEK KOLÁČEK (1851–1913, 1891 jmenován profesorem české univerzity v Praze) přispěl k teorii disperze. V Praze působili někteří významní světoví vědci v oblasti optiky. Patří k nim bezesporu CHRISTIAN DOPPLER (1803–1853), který byl profesorem v Praze v letech 1841–1848 a který v roce 1842 objevil po něm nazvaný jev, dále ERNST MACH (1838–1916), profesor experimentální fyziky na německé univerzitě v Praze v letech 1867–1895, jenž kromě známých teoretických prací předcházejících teorii relativity publikoval i práce z oblasti optiky, a konečně ALBERT EINSTEIN (na pražské německé univerzitě ve školním roce 1911–12). Z významných jmen v oblasti optiky 20. století můžeme jmenovat například VÁCLAVA DOLEJŠKA (1895–1945), profesora na Přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy, který pracoval v oblasti spektroskopie, nebo ANTONÍNA VAŠÍČKA (1903–1966), profesora na Přírodovědecké fakultě Masarykovy Univerzity v Brně, jenž se zabýval optikou tenkých vrstev. K předním světovým odborníkům v oblasti kvantové a nelineární optiky a teorie koherence světla patří JAN PEŘINA (nar. 1938), profesor Univerzity Palackého v Olomouci.

Výuka optiky na univerzitách je tradičně součástí základního kurzu fyziky. Je tomu tak i na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze. Tento text vychází z přednášky z optiky pro studenty obecné fyziky, kterou autor posledních dvacet let každý druhý rok vede. Optika zahrnuje dnes velmi širokou oblast, od geometrické a přístrojové optiky (např. mikroskop, spektroskopické přístroje), klasické vlnové optiky (problémy interference a ohybu světla) přes novější vláknovou optiku (optické komunikace), nelineární optiku (optické spínače) až po optiku kvantovou (lasery, kvantová koherence). Každý autor, resp. přednášející, stojí před

problémem, co do sylabu přednášky omezené počtem hodin nebo do učebnice omezené rozumným rozsahem zahrnout. Kromě klasických, „povinných“ částí se tak ve většině případů více či méně projeví subjektivní volba přednášejícího. Stejně je tomu i v tomto případě. Snahou autora bylo napsat text, který by byl úvodem pro další studium optiky, ale také zdrojem informací o optice pro studenty, kteří se v budoucnu budou věnovat jiným oborům, na nichž se již optika dále nevyučuje. Proto jsou do knihy zahrnuty některé kapitoly na stručné a přehledové úrovni.

Vzhledem k tomu, že text je určen posluchačům druhého ročníku, je zaměřen na klasickou (tedy ne kvantovou) optiku. Navazuje na přednášku z elektřiny a magnetismu, kde jsou již probírány elektromagnetické vlny. K nim se ještě vrací 1. kapitola. Další kapitoly (2.–5.) jsou věnovány části optiky označované jako vlnová (nebo fyzikální) optika. Ve 2. kapitole je zkoumána polarizace monochromatických rovinných světelných vln, je zaveden její popis pomocí Jonesových vektorů a maticový formalismus, který umožňuje v praktických aplikacích počítat změny polarizačního stavu světla po jeho průchodu různými optickými prvky (polarizátor, kompenzátor apod.). 3. kapitola má klasický obsah, popisuje odraz a lom rovinné vlny na optickém rozhraní mezi dvěma dielektriky. Další kapitola je věnována některým úvahám o světelných vlnách konečné spektrální šířky (kvazimonochromatické světelné signály), zavádí se zde pojem grupové rychlosti a diskutuje se o některých jejích vlastnostech. 5. kapitola popisuje interferenci (skládání) světla. Nejprve se vyšetřuje dvojsvazková interference, jistá pozornost je věnována zejména Youngovu dvojštěrbinovému experimentu a Michelsonovu interferometru, stručně jsou ale rozebírány i aplikačně významné antireflexní vrstvy. Kapitola končí mnohosvazkovou interferencí, jako důležitý příklad je uveden Fabry-Perotův interferometr. Úvodu do skalární teorie koherence světla je věnována kapitola 6., v jejímž závěru je stručně zmíněna souvislost mezi statistickými vlastnostmi a polarizací světla. V 7. kapitole je stručně vysvětlen princip holografie. Difrakci světla je věnována kapitola 8. Intuitivně je zaveden nejprve popis difrakce ve Fraunhoferově a pak Fresnelově aproximaci a jejich použití v typických případech. V závěru kapitoly jsou uvedeny úvahy, které vedou formálně k formulaci Fresnel-Kirchhoffova difrakčního integrálu. Základy fourierovské optiky a příklad jejího využití k optické filtraci obrazu popisuje stručně kapitola 9. Poměrně rozsáhlá 10. kapitola je věnována geometrické optice. Nejprve je uvedena jako limitní případ vlnové optiky pro velmi krátké vlnové délky, kdy jsou touto limitou získány základní zákony geometrické optiky, jako například zákon lomu pro paprsek. Tyto zákony jsou pak aplikovány na případ lomu a odrazu na sférických rozhraních mezi dielektriky v paraxiální aproximaci, což představuje ovšem nejklasičtější a nejjednodušší část klasické optiky, která je sem zařazena pro svůj aplikační význam. Zahrnuje popis některých základních

zobrazovacích přístrojů. Uveden je i maticový formalismus, kterého lze využít pro studium složitých optických zobrazovacích soustav. V posledním odstavci 10. kapitoly se probírají stručně vady zobrazení. Na popis zobrazovacích přístrojů navazuje 11. kapitola týkající se základních principů spektrálních přístrojů. Je zde zařazena, protože se optická spektroskopie stává v současné době součástí většiny odvětví fyziky. Kapitoly věnované geometrické a přístrojové optice uzavírá 12. kapitola stručným úvodem do fotometrie. Kapitola 13. se věnuje šíření světla v anizotropních prostředích (látkách). Při šíření světla hraje významnou roli jeho interakce s látkami. Na ní je založena optická spektroskopie, která využívá zkoumání interakce světla s látkami ke studiu vlastností látek. Proto je zařazena kapitola 14. zaměřená na interakci světla s látkou. Je zde zvolen klasický (tj. nekvantový) model oscilátoru ve světelném poli, který, jakkoliv je jednoduchý, poskytuje představu o mikroskopických procesech vedoucích k absorpci a lomu světla. Tento model se využívá ještě v kapitole 16. při výkladu nelineárních optických jevů. Obsah následujících tří kapitol lze považovat za součást tzv. moderní optiky. Zahrnují základy laserové fyziky (kapitola 15.), nelineární optiky (kapitola 16.) a vláknové optiky (kapitola 17.). Stručný přehled zdrojů a detektorů světla je uveden v kapitole 18. Závěrečná 19. kapitola shrnuje některé vlastnosti tepelného optického záření a stručně připomíná vlnově-korpuskulární povahu světla.

Text obsahuje větší objem látky, než lze zahrnout do přednášek současného rozsahu výuky na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy (3 hodiny týdně během jednoho semestru). Autor nepovažuje ovšem za rozumné označovat odstavce adjektivy rozšiřující, nepovinné apod. Nechává na čtenáři, aby si přečetl to, co sám považuje za rozumné nebo zajímavé. Je v tom obsažena autorova naděje, že zde lze něco takového nalézt.

V tomto druhém přepracovaném vydání byl text opraven a doplněn. Zejména byl rozšířen výklad gaussovských svazků v kapitole 15, a přidán nový odstavec uvádějící základy optické spektroskopie (kapitola 11). Vzhledem ke snaze o zachování původního rozsahu textu byla některá doplnění umístěna do nových poměrně dlouhých poznámek – například šíření světelného pulsu v disperzních materiálech, spektrální rozklad do rovinných vln nebo výpočet pole vyzařovaného vrstvou elektrických dipólů. Byly upraveny, resp. doplněny i některé další poznámky, několik obrázků a seznam literatury.

Autor děkuje recenzentům prof. RNDr. Ivanu Pelantovi, DrSc., a doc. RNDr. Pavlu Hlídkovi, CSc., za pečlivé a kritické čtení rukopisu. Autor děkuje také svému synovi Pavlovi Malému, bez něhož by obrázky v textu nemohly vzniknout. Za péči věnovanou přípravě knihy do tisku děkuje redaktorům PhDr. K. Veselé (1. vydání) a Mgr. J. Havlíčkovi (2. vydání) z nakladatelství Karolinum a RNDr. V. Havlíčkovi.

1 Světlo jako elektromagnetické vlny

1.1 Spektrum elektromagnetických vln

Elektromagnetické vlny jsou pozorovány v širokém spektrálním intervalu. Spektrální oblasti elektromagnetických vln jsou znázorněny na obr. 1.1. V každé oblasti mají jisté zvláštní projevy nebo účinky. Optika se zabývá elektromagnetickými vlnami, které jsou viditelné lidským okem (viditelná spektrální oblast), a vlnami z ultrafialové a infračervené spektrální oblasti. Mluví se někdy o *optickém záření*. Jeho jednotlivé spektrální oblasti jsou uvedeny v tabulce 1.1.

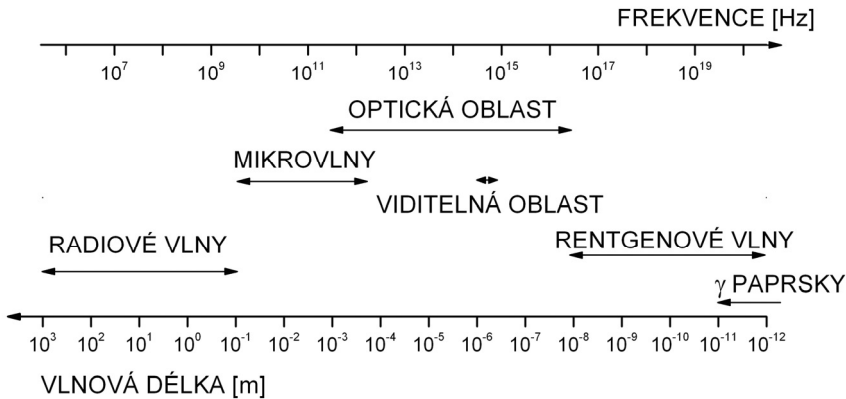
Tabulka 1.1 Spektrální oblasti optického záření

Interval vln. délek	Název oblasti	Zkratka
25–200 nm	Vakuová ultrafialová	VUV
200–400 nm	Ultrafialová	UV
400–700 nm	Viditelná	VIS
700–1000 nm	Blízká infračervená	NIR
1–3 μm	Infračervená – krátké vlny	SWIR
3–5 μm	Infračervená – střední vlny	MWIR
5–14 μm	Infračervená – dlouhé vlny	LWIR
14–30 μm	Infračervená – velmi dlouhé vlny	VLWIR
30–100 μm	Daleká infračervená	FIR
100–1000 μm	Submilimetrová	SubMM

1.2 Vlnová rovnice

Šíření světla, které je speciálním případem elektromagnetických vln, popisuje vlnová rovnice, jež plyne z Maxwellových rovnic. Připomeňme si nyní, jak z Maxwellových rovnic vlnovou rovnicí dostaneme a jaký má tvar pro různá prostředí. V tomto kontextu lze prostředí rozdělit na prostředí homogenní, nehomogenní, izotropní, anizotropní, vodivá a nevodivá. Homogenní prostředí jsou taková, jejichž vlastnosti jsou ve všech mís-

tech stejné, nezávisí na prostorové souřadnici. V prostředích nehomogenních naopak na prostorové souřadnici závisí. Izotropní látky mají vlastnosti nezávislé na směru (šíření světla, polarizace apod.), v anizotropních jsou jejich vlastnosti na směr závislé. Rozdělení látek na vodivé a nevodivé



Obr. 1.1 Spektrum elektromagnetického záření

je obvyklé v učebnicích o elektřině a magnetismu kde se mluví, zpravidla o dielektrikách a vodičích. Vyjdeme z Maxwellových rovnic

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}, \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.4)$$

a obvyklých materiálových vztahů

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (1.5)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (1.6)$$

$$\vec{j} = \vec{\sigma} \vec{E}. \quad (1.7)$$

Zde je použité běžné značení veličin: \vec{E} je intenzita elektrického pole, \vec{D} je elektrická indukce, \vec{H} je magnetická intenzita, \vec{B} magnetická indukce, \vec{P} elektrická polarizace, \vec{j} hustota elektrického proudu, ρ hustota elektrického náboje, μ je magnetická permeabilita, ϵ_0 permitivita vakua a σ

elektrická vodivost. Budeme se zabývat šířením světla v látkách nemagnetických, tedy $\mu = \mu_0$. Ve většině případů (kromě 16. kapitoly) budeme také předpokládat lineární závislost polarizace na elektrickém poli, tedy

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \tilde{\chi} \vec{E}, \quad (1.8)$$

kde $\tilde{\chi}$ je elektrická susceptibilita (obecně tenzor) a odkud je

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \tilde{\chi}) \vec{E} = \tilde{\varepsilon} \vec{E}. \quad (1.9)$$

Permitivita $\tilde{\varepsilon}$ je obecně tenzorová veličina závislá na prostorových souřadnicích. Výraz v kulatých závorkách v (1.9) definuje relativní permitivitu, $(1 + \tilde{\chi}) = \tilde{\varepsilon}_r$. Vlastnosti permitivity podle typu prostředí jsou shrnuty v tabulce 1.2.¹

Tabulka 1.2 Přehled klasifikace prostředí a odpovídající charakter permitivity

	homogenní	nehomogenní
izotropní	$\tilde{\varepsilon}(\vec{r}) = \varepsilon$	$\tilde{\varepsilon}(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r})$
anizotropní	$\tilde{\varepsilon}(\vec{r}) = \tilde{\varepsilon}$	$\tilde{\varepsilon}(\vec{r}) = \tilde{\varepsilon}(\vec{r})$

Nyní se budeme zabývat pouze izotropními prostředími, šíření světla anizotropními prostředími budeme podrobně zkoumat v kapitole 13. Aplikujeme-li operátor $\nabla \times$ na rovnici (1.1) a uvážíme-li, že můžeme zaměnit pořadí derivací podle času a souřadnice, dostaneme po dosazení z rovnice (1.2)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} + \mu \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \mu \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.10)$$

Můžeme nyní použít vektorovou identitu

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E}. \quad (1.11)$$

Obvykle se dále předpokládá, že

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0. \quad (1.12)$$

To je splněno například pro homogenní izotropní prostředí bez volného náboje, jak plyne přímo z rovnice (1.3), nebo v dobrých vodičích, kde je amplituda jakéhokoliv náboje v objemu rychle tlumena.²

Platí-li (1.12) a výše uvedené materiálové vztahy, dostáváme vlnovou rovnici ve tvaru (Δ je Laplaceův operátor)

$$\Delta \vec{E} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.13)$$

Odtud můžeme získat známé tvary vlnové rovnice.³ Například pro šíření světla ve vakuu je $\vec{P}=0$ a $\sigma=0$. Pro homogenní izotropní dielektrikum ($\sigma=0$), pro které platí (1.8), máme

$$\Delta \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (1.14)$$

tedy fázová rychlost šíření je

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}. \quad (1.15)$$

V optice se zavádí veličina *index lomu prostředí*, jako poměr rychlosti světla ve vakuu k rychlosti světla v daném (nemagnetickém) prostředí,⁴

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\varepsilon_r}. \quad (1.16)$$

1.3 Rovinné vlny

Každé řešení vlnové rovnice se nazývá vlnou. Rovnost druhých partiálních derivací podle času a souřadnic (až na druhou mocninu fázové rychlosti) vede k tomu, že v argumentu funkce popisující vlnu musí být čas a prostorová souřadnice spojeny do obecné fáze vlny. To odpovídá tomu, jak chápeme vlnu intuitivně: jedná se o rozruch, který se šíří v prostoru a čase. Nabude určité velikosti v určitém místě a čase, v jiném místě nabude stejné velikosti v jiném čase, až tam vlna dorazí. Geometrické místo bodů, v nichž má obecná fáze vlny pro určitý čas konstantní hodnotu, se nazývá *vlnoplochou* (plocha konstantní fáze). V optice hrají významnou roli *vlny rovinné* (vlnoplochy jsou roviny) a *vlny kulové* (sférické, vlnoplochy jsou kulové plochy). Speciálním případem jsou pak vlny *harmonické*, které jsou popsány funkcí kosinus nebo sinus. Pokud je na vlnoploše konstantní hodnota amplitudy vlny, nazývá se vlna *homogenní*⁵. V případech, kdy je důležitá jen jedna kartézská složka elektrické-

ho nebo magnetického pole, je možné uvažovat jen vlnovou rovnici pro tuto složku. Řešení této skalární rovnice se nazývá *skalární vlna*. V optice se dává přednost elektrickému poli, protože při interakci světla s látkou hraje zpravidla dominantní roli (nejsilnější optické přechody v atomech jsou spojeny s jejich elektrickými dipólovými momenty).

1.3.1 Obecná rovinná světelná vlna

*Rovinné elektromagnetické vlny*⁶ jsou důležitým řešením vlnové rovnice. Budeme se zde zabývat homogenními rovinnými vlnami. V nich závisí elektrické a magnetické pole pouze na vzdálenosti měřené v určitém směru. Pokud vhodně natočíme souřadný systém tak, že tento význačný směr odpovídá směru osy z , znamená to, že vektory pole se stávají závislé pouze na jedné souřadnici, na z . Pak má ovšem vlnová rovnice pro libovolnou komponentu vektoru \vec{E} tvar

$$\frac{\partial^2 E_j}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_j}{\partial t^2} = 0. \quad (1.17)$$

Podobně platí tato jednodimenzionální rovnice i pro pole \vec{B} . Je ji možné přepsat na tvar

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_j = 0. \quad (1.18)$$

Přejdeme-li k novým proměnným ζ a τ

$$\zeta = ct - z, \quad (1.19)$$

$$\tau = ct + z, \quad (1.20)$$

máme

$$\frac{\partial}{\partial t} = c \frac{\partial}{\partial \zeta} + c \frac{\partial}{\partial \tau}, \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (1.22)$$

Vlnová rovnice (1.17) má v nových proměnných tvar

$$\frac{\partial^2}{\partial \zeta \partial \tau} E_j = 0. \quad (1.23)$$

Obecné řešení této rovnice je zřejmě

$$E_j = f_1(\zeta) + f_2(\tau), \quad (1.24)$$

kde f_1, f_2 jsou libovolné funkce. Dosadíme-li zpět původní proměnné, dostaneme

$$E_j = f_1(ct - z) + f_2(ct + z). \quad (1.25)$$

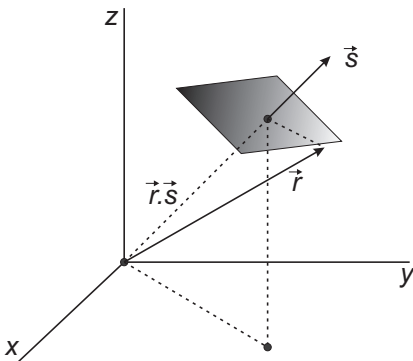
Řešení má jasný smysl. Pro případ $f_2 = 0$ máme pro komponentu pole

$$E_j = f_1(ct - z). \quad (1.26)$$

V určité rovině $z = \text{konst}$ závisí pole jen na čase, v určitém časovém okamžiku závisí pole jen na souřadnici z . Pole bude mít zřejmě stejnou velikost pro všechny souřadnice a časy, které jsou spojeny výrazem

$$ct - z = \text{konst}. \quad (1.27)$$

Pokud například v čase $t = 0$ a v rovině $z = 0$ bude mít pole určitou hodnotu, bude v dalším čase nabývat této hodnoty v místech $z = ct$. Geometrické místo stejných hodnot pole, rovina, se tedy bude šířit rychlostí c v kladném směru osy z . Řešení f_2 odpovídá rovinné vlně, která běží v záporném směru osy z . Pokud chceme vyjádřit rovinnou vlnu v obecném případě, kdy směr náběhu fáze, směr šíření, je určen jednotkovým vektorem $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ (viz obr. 1.2), bude argument rovinné vlny mít tvar $(ct - \vec{r} \cdot \vec{s})$, protože skalární součin $\vec{s} \cdot \vec{r}$ je roven průmětu libovolného polohového vektoru \vec{r} do směru \vec{s} , odpovídá tedy výše uvažované souřadnici z . Tento argument se nazývá *fází vlny*. Elektrické a magnetické pole rovinné vlny má tedy jednotlivé komponenty, které závisí na fázi vyjádřené v uvedeném tvaru. Aby ovšem vektory elektrického a magne-



Obr. 1.2 Šíření rovinné vlny v obecném směru, který je dán jednotkovým vektorem \vec{s}

tického pole byly řešením Maxwellových rovnic, musí splňovat ještě další podmínky. Uvažujeme tedy vektory

$$\vec{E} = \vec{E}(ct - \vec{r} \cdot \vec{s}), \quad (1.28)$$

$$\vec{B} = \vec{B}(ct - \vec{r} \cdot \vec{s}). \quad (1.29)$$

Zřejmě pro derivace platí

$$\frac{\partial}{\partial t} = c \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad (1.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = -s_x \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = -s_y \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = -s_z \frac{\partial}{\partial \zeta}. \quad (1.31)$$

Proto můžeme vyjádřit

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \vec{s} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.32)$$

a z rovnice (1.1) dostáváme

$$\vec{s} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = c \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (1.33)$$

Zcela stejně z rov. (1.2) máme

$$-\vec{s} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = c \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1.34)$$

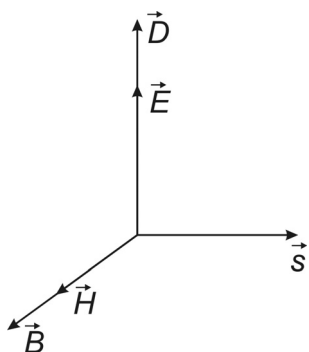
Poslední dvě rovnice je možné integrovat podle času, přičemž integrační konstantu, která by znamenala konstantní hodnotu polí (ne časově proměnné vlnění), položíme rovnou nule. Pak dostaneme dvě rovnice, které spojují vektory $\vec{E}, \vec{B}, \vec{s}$

$$\vec{s} \times \vec{E} = c \vec{B}, \quad (1.35)$$

$$\vec{s} \times \vec{B} = -\frac{1}{c} \vec{E}. \quad (1.36)$$

Vztah (1.36) plyne z rov. (1.34) a z materiálových vztahů pro izotropní prostředí. Ze vztahů (1.35), (1.36) je zřejmé, že vektory \vec{E}, \vec{B} musí být kolmé na směr šíření (skutečně skalární součin $\vec{s} \cdot \vec{E} = 0, \vec{s} \cdot \vec{B} = 0$) i kolmé navzájem.⁷ Pro izotropní prostředí jsou ovšem vektory \vec{E}, \vec{D} , resp. \vec{H}, \vec{B} ,

kolineární. Rovinné elektromagnetické vlny jsou tedy v izotropním prostředí *příčné*, vektory mají vzájemnou orientaci, jak je znázorněno na obr. 1.3.



Obr. 1.3 Vzájemná orientace vektorů elektrického a magnetického pole v rovinné vlně

Například z rov. (1.35) vyplývá vztah mezi velikostmi navzájem kolmých vektorů \vec{E} , \vec{B} rovinné elektromagnetické vlny

$$B = \frac{1}{c} E, \quad (1.37)$$

odkud

$$E = cB = c \mu H = \frac{\sqrt{\mu_0 \mu_r}}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r}} H = Z H. \quad (1.38)$$

Poslední rovnost definuje *impedanci Z*. *Impedance vakua* Z_0 je rovna

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega. \quad (1.39)$$

Podle rov. (1.16) je pro nemagnetické prostředí ($\mu_r = 1$) impedance rovna

$$Z = \frac{Z_0}{n}, \quad (1.40)$$

kde n je index lomu látky.

1.3.2 Harmonická rovinná světelná vlna

Jako jedno z nejjednodušších (a pro optiku nejvýznamnějších) řešení vlnové rovnice můžeme uvést rovinnou *harmonickou* vlnu,⁸

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi). \quad (1.41)$$

Zde \vec{E}_0 je amplituda vlny, ω *kruhová frekvence*. Protože se jedná o vlnění na jedné pevně dané frekvenci, mluví se o *monochromatické vlně*. \vec{k} je *vlnový vektor* definovaný

$$\vec{k} = k \vec{s} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{s} = \frac{\omega}{c} \vec{s} = \frac{\omega}{c_0} n \vec{s} = k_0 n \vec{s}. \quad (1.42)$$

Zde \vec{s} je opět jednotkový vektor ve směru šíření, λ *vlnová délka vlny* v prostředí, k_0 velikost vlnového vektoru ve vakuu. Magnetické pole $\vec{B}(\vec{r}, t)$ je vyjádřeno analogicky.

Pro harmonickou časovou závislost světelné vlny lze provést časovou derivaci a psát vlnovou rovnici v *Helmholtzově* tvaru⁹

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0. \quad (1.43)$$

Připomeňme zde všeobecně známý význam parametrů popisujících harmonickou vlnu na příkladu jednodimenzionální skalární harmonické vlny postupující ve směru osy z

$$E(z, t) = E_0 \cos(\omega t - k z). \quad (1.44)$$

Sledujeme-li výchylku spojenou s vlnou v určitém místě (například $z = 0$) opakuje se její maximální hodnota v čase s periodou T , která je důsledkem periodicity funkce \cos a souvisí přímo s kruhovou frekvencí vlny

$$\omega T = 2\pi. \quad (1.45)$$

Frekvence vlnění ν je definována jako počet period za jednotku času¹⁰, tedy

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (1.46)$$

„Zmrazíme-li“ vlnu v pevném čase (například $t = 0$), opakuje se její maximální hodnota v prostoru s periodou λ (*vlnovou délkou*), která je důsledkem periodicity funkce \cos a souvisí s velikostí vlnového vektoru

$$k \lambda = 2\pi. \quad (1.47)$$

Vzhledem k podstatě vlnění (posun v čase spojen s posunem v prostoru) musí být

$$cT = \lambda, \quad (1.48)$$

tedy

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \quad (1.49)$$

Dále zřejmě platí¹¹

$$\omega = ck. \quad (1.50)$$

Harmonické rovinné vlny jako speciální případ obecných rovinných vln musí být příčné, jak je uvedeno výše. Lze to ukázat ovšem velmi jednoduše, dosadíme-li elektrické pole ve tvaru rovnice (1.41) do Maxwellových rovnic (pro jednoduchost volíme $\varphi=0$). Uvážíme přitom, že je

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = -\omega \vec{E}_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}), \quad (1.51)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = \vec{k} \cdot \vec{E}_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (1.52)$$

a

$$\nabla \times \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = \vec{k} \times \vec{E}_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}). \quad (1.53)$$

Pak ovšem dostáváme pro vektorové amplitudy vln vztahy odpovídající Maxwellovým rovnicím (1.1–1.4)

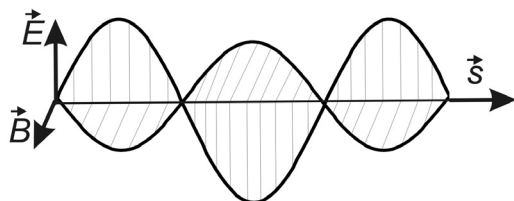
$$\vec{k} \cdot \vec{B}_0 = 0, \quad (1.54)$$

$$\vec{k} \cdot \vec{D}_0 = 0, \quad (1.55)$$

$$\omega \vec{B}_0 = \vec{k} \times \vec{E}_0, \quad (1.56)$$

$$\omega \vec{D}_0 = -\vec{k} \times \vec{H}_0. \quad (1.57)$$

Tyto vztahy ukazují jasně příčnost rovinné (homogenní) harmonické vlny i vzájemnou orientaci vektorů. Harmonická rovinná vlna postupující ve směru osy z je znázorněna na obr. 1.4.



Obr. 1.4 Rovinná elektromagnetická vlna postupující ve směru osy z

1.4 Princip superpozice

Šíření světla v prostředí popisují Maxwellovy rovnice s příslušnými materiálovými vztahy. Pokud je prostředí takové, že materiálové vztahy jsou lineární (vzhledem k tomu, že uvažujeme nemagnetické prostředí, jedná se zejména o linearitu závislosti polarizace P na elektrickém poli), jsou rovnice popisující šíření světla lineární a platí *princip superpozice*. To znamená, že pokud elektrická pole \vec{E}_1, \vec{E}_2 jsou řešením Maxwellových rovnic pro dané prostředí, je řešením také $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Například laserový svazek se nezmění, když se zapne druhý svazek, který se s prvním kříží. Tento princip platí ovšem pro libovolný počet polí. Jsou-li $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4 \dots$ řešeními vlnové rovnice, je řešením i jejich suma

$$\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k . \quad (1.58)$$

Princip superpozice neplatí ovšem obecně při šíření optických vln v nelineárních prostředích, jak uvidíme například v kapitole 16.

1.5 Komplexní reprezentace

Pro matematické vyjádření vln popsaných harmonickými funkcemi je výhodné zavést komplexní reprezentaci polí. V optice jde zejména o elektrické pole. Zavedení komplexní reprezentace ukážeme názorně na příkladu rovinné monochromatické vlny

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi). \quad (1.59)$$

Vyjádríme-li

$$\exp(i\alpha) = \cos\alpha + i\sin\alpha , \quad (1.60)$$

můžeme pro reálný vektor psát

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left\{ \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)] + \vec{E}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)] \right\}. \quad (1.61)$$

Tento výraz můžeme přepsat

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{\vec{E}}_0^* \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] + \tilde{\vec{E}}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \right\}, \quad (1.62)$$

kde jsme zavedli *komplexní amplitudu*

$$\tilde{\vec{E}}_0 = \vec{E}_0 \exp(-i\varphi). \quad (1.63)$$

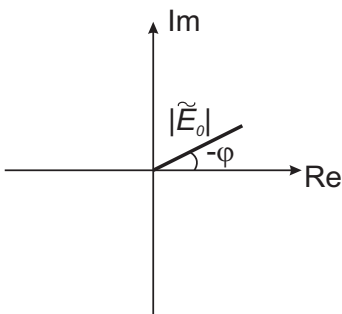
Používáme-li lineární rovnice, tedy v případech, kdy platí princip superpozice, můžeme zřejmě elektrické pole rovinné vlny vyjádřit jako komplexní veličinu

$$\tilde{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \tilde{\vec{E}}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})]. \quad (1.64)$$

Reálné pole pak získáme jako její reálnou část

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \tilde{\vec{E}}(\vec{r}, t) \right\}. \quad (1.65)$$

Komplexní reprezentaci je tak možné výhodně využívat ve výpočtech a na konci vzít reálnou část. Není to však možné tam, kde jsou vztahy nelineární, tedy zejména při výpočtech energií nebo intenzit a v nelineární optice (kapitola 16). Komplexní amplituda světelné vlny je obecně vektorová veličina. Jejím jednotlivým kartézským komponentám odpovídají skalární komplexní amplitudy. Skalární komplexní amplitudy (stejně jako obecná komplexní čísla) můžeme znázornit graficky v komplexní (Gaussově) rovině. Komplexnímu číslu s určitou reálnou a imaginární částí bude v této rovině odpovídat bod, jehož x -ová souřadnice je rovna reálné části komplexního čísla a y -ová souřadnice rovna imaginární části komplexního čísla. Součet komplexních čísel je tvořen součtem jejich reálných a imaginárních částí. Při grafickém znázornění to znamená, že se sčítají x -ové a y -ové souřadnice. Je proto výhodné znázornit komplexní číslo vektorem s počátečním bodem v počátku a koncovým bodem v bodě, který odpovídá danému komplexnímu číslu. Znamená to, že vektor komplexní amplitudy má v komplexní rovině komponenty $\text{Re}\{\tilde{E}_0\}$, $\text{Im}\{\tilde{E}_0\}$. Je zřejmé, že součet komplexních čísel odpovídá vektorovému součtu vektorů, kterými jsou znázorněny. Skalární komplexní amplitudu proto můžeme znázornit jako na obr. 1.5, velikost vektoru odpovídá modulu komplexní amplitudy E_0 ,



Obr. 1.5 Grafické znázornění komplexního čísla (komplexní amplitudy)

jeho úhel vůči ose $\text{Re}\{\tilde{E}_0\}$ odpovídá argumentu komplexní amplitudy a je roven $-\varphi$. Skládá-li se v určitém místě více vlnění stejné frekvence, která lze popsat skalárními komplexními amplitudami \tilde{E}_{0p} , je komplexní amplituda výsledné vlny

$$\tilde{E}_0 = \sum_p \tilde{E}_{0p}, \quad (1.66)$$

což odpovídá vektorovému součtu komplexních amplitud jednotlivých vlnění. Tato grafická metoda je velmi přehledná a užívá se například v teorii difrakce.

1.6 Intenzita světla

V optice se často používá intenzita světla, která souvisí s hustotou výkonu přenášeného světelnou vlnou. Lze ji zavést pomocí Poyntingova vektoru. Poyntingův vektor je definován

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t). \quad (1.67)$$

Pro rovinné vlny /srov. rov. (1.35, 1.38)/ je

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \frac{1}{Z} E^2(\vec{r}, t) \vec{s}, \quad (1.68)$$

měří tedy ve směru šíření vln. Například dosazením za velikost intenzity monochromatického elektrického pole (oscilujícího na frekvenci ω) ze vztahu (1.61) zjistíme, že velikost Poyntingova vektoru obsahuje časově neproměnnou část a část oscilující na frekvenci 2ω . *Intenzita světla* se pro obecnou elektromagnetickou vlnu definuje jako velikost časové střední hodnoty Poyntingova vektoru, tedy jako časová střední hodnota hustoty výkonu dopadajícího na jednotkovou plochu kolmou na směr šíření vln (středování v čase odstraní oscilace na frekvenci 2ω)

$$I(\vec{r}) = \left\langle \vec{S}(\vec{r}, t) \right\rangle = \frac{1}{\Delta t} \left| \int_t^{t+\Delta t} \vec{S}(\vec{r}, t) dt \right|. \quad (1.69)$$

Zde Δt je doba středování. V případě rovinné vlny je podle rov. (1.68)

$$I(\vec{r}) = \langle S(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{Z} \langle E^2(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{Z} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} E^2(\vec{r}, t) dt. \quad (1.70)$$

Intenzitu světla pro harmonickou (tj. monochromatickou) rovinnou vlnu můžeme vyjádřit pomocí komplexní amplitudy elektrického pole, dosadíme-li do posledního vztahu vyjádření pole pomocí rov. (1.61). Rozvine-me-li druhou mocninu a uvážíme-li, že časové střední hodnoty exponenciálních funkcí $\exp(i2\omega t)$, $\exp(-i2\omega t)$ jsou nulové, máme

$$I = \frac{1}{2Z} \tilde{E}_0 \cdot \tilde{E}_0^* . \quad (1.71)$$

Podle rov. (1.40) lze přepsat impedanci Z pomocí indexu lomu prostředí¹²

$$I = \frac{n}{2Z_0} |\tilde{E}_0|^2 = \frac{nc_0 \varepsilon_0}{2} |\tilde{E}_0|^2 . \quad (1.72)$$

Intenzitu světla můžeme vyjádřit pomocí střední časové hodnoty hustoty energie elektromagnetického pole spojeného s rovinnou světelnou vlnou w ($\langle w \rangle = 2 \langle w_E \rangle$)

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r |\tilde{E}_0|^2 , \quad (1.73)$$

$$I = \frac{c_0}{n} \langle w \rangle = c \langle w \rangle . \quad (1.74)$$

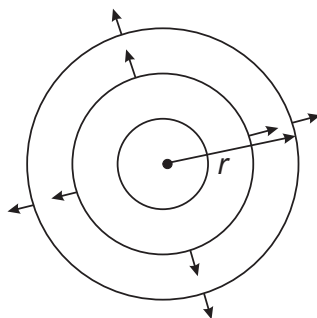
Vyjádření intenzity světla jako velikosti střední časové hodnoty Poyntingova vektoru (1.69) je obecné, pro vlny se složitějšími prostorovými závislostmi může intenzita světla záviset na polohovém vektoru. Pokud se amplitudy vln mění v čase, může být i intenzita světla funkcí času (světelné záblesky, pulzy). Časové středování, jak jsme je popsali výše, je totiž třeba provádět tak, aby se vystředovaly časové změny související s oscilacemi polí na nosné frekvenci (ve viditelné oblasti doby řádově 10^{-15} s). Při reálném sledování intenzity světla „se středuje“ přes dobu danou časovou odezvou použitého detektoru (například fotodiody, oko).

Výrazy (1.72) a (1.74) pro intenzitu světla jsme získali pomocí vztahu mezi vektorem elektrického a magnetického pole příčné rovinné vlny. V kapitole 10 (odstavec 10.1.3) ukážeme, že platí i pro obecnější pole v aproximaci geometrické optiky. I ve většině dalších případů, s nimiž se v optice setkáváme, lze intenzitu světla vyjádřit s dobrou přesností pomocí rov. (1.72).

1.7 Kulové vlny

Dalším důležitým řešením vlnové rovnice jsou kulové vlny, tedy vlny, jejichž vlnoplochy jsou kulové a které vycházejí nebo se sbíhají do středu

(například počátku souřadného systému), jak je znázorněno na obr. 1.6. Budeme tedy uvažovat vlnu popsanou skalární funkcí, která závisí na čase t a na vzdálenosti r od počátku (skalární sféricky symetrická vlna):



Obr. 1.6 Kulová vlna

$$f = f(r, t). \quad (1.75)$$

Vzdálenost r je zřejmě rovna

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (1.76)$$

Laplaceův operátor ve vlnové rovnici lze vyjádřit¹³ pomocí derivace podle r (značíme ji čárkou)

$$\Delta f = f'' + \frac{2}{r} f'. \quad (1.77)$$

Pravou stranu této rovnice můžeme vyjádřit vhodně pomocí další sféricky symetrické funkce

$$g(r) = r f(r). \quad (1.78)$$

Skutečně,

$$g' = r f' + f, \quad (1.79)$$

$$g'' = r f'' + 2 f'. \quad (1.80)$$

Platí tedy

$$\Delta f(r) = \frac{g''}{r} = \frac{(r f)''}{r}. \quad (1.81)$$

Vlnovou rovnici

$$\Delta f - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1.82)$$

můžeme tedy psát

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rf)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0, \quad (1.83)$$

respektive po vynásobení r

$$\frac{\partial^2 g}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0. \quad (1.84)$$

To je ovšem jednorozměrná vlnová rovnice /srov. rov. (1.17)/, jejímž řešením je /srov. rov. (1.25)/

$$g(r, t) = g\left(t \pm \frac{r}{c}\right). \quad (1.85)$$

Podle rov. (1.78) dostáváme sférickou vlnu

$$f(r, t) = \frac{1}{r} g\left(t \pm \frac{r}{c}\right). \quad (1.86)$$

Pro harmonickou vlnu tak máme například

$$f(r, t) = \frac{A}{r} \exp[-i(\omega t \pm k r)]. \quad (1.87)$$

Znaménko + odpovídá sbíhavé vlně (která se sbíhá do počátku), znaménko – vlně rozbíhavé. A je amplituda. Kulová vlna není dobře definována v bodě $r = 0$.

Neuvažovali jsme zde vektorový charakter pole, protože není dobře slučitelný s uvedenou sférickou symetrií. Neexistuje například lineárně polarizovaná vlna s konstantní amplitudou na celé kulové vlnoploše. V reálných případech se ale zabýváme kulovou vlnou jen v určitém prostorovém úhlu, ve kterém kulové zakřivení vlnoplochy a vektorová povaha pole nejsou ve sporu. Ve velkých vzdálenostech od bodového zdroje je možné kulovou vlnu aproximovat vlnou rovinnou. Příčně omezené je i světlo vycházející z plošných (nebo velmi vzdálených zdrojů), jehož vlnoplochy jsou rovinné. Hovoří se pak někdy o kvazirovinných vlnách, které je však možné v určité prostorové oblasti rovinnou vlnou dobře aproximovat. Složitější světelná pole je možné popsat superpozicí jednoduchých, například rovinných vln (rozvoj do rovinných vln).

1.8 Šíření světla ve vodivém prostředí

Uvažujme nyní šíření elektromagnetické harmonické rovinné vlny ve *vodivém* homogenním izotropním prostředí. Dosadíme-li výraz pro pole v komplexním vyjádření (1.64) do rov. (1.13) a použijeme-li rov. (1.8), dostaneme vlnovou rovnici ve tvaru

$$\Delta \tilde{E} + (\omega^2 \mu \varepsilon + i \omega \sigma \mu) \tilde{E} = 0. \quad (1.88)$$

V analogii k rov. (1.42) zavedeme komplexní vlnový vektor, jehož velikost je nyní dána komplexním číslem

$$\tilde{k} = k_R + i k_I \quad (1.89)$$

$$\tilde{k}^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \left(\varepsilon_r + i \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} \right). \quad (1.90)$$

Podobně můžeme zavést *komplexní relativní permitivitu*

$$\tilde{\varepsilon}_r = \varepsilon_{rR} + i \varepsilon_{rI}, \quad (1.91)$$

respektive *komplexní index lomu*

$$\tilde{n} = n_R + i n_I = \frac{c_0}{\omega} \tilde{k} \quad (1.92)$$

vztahem

$$\tilde{n}^2 = \tilde{\varepsilon}_r = \varepsilon_r + i \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}. \quad (1.93)$$

Zde jsme použili obvyklého označení pro reálnou část relativní permitivity, $\varepsilon_{rR} = \varepsilon_r$. Vyjádříme-li monochromatickou rovinnou vlnu, která se šíří ve směru osy z , pomocí komplexního vlnového vektoru¹⁴, můžeme do rov. (1.64) dosadit rov. (1.89)

$$\tilde{E}(z, t) = \tilde{E}_0 \exp[-i(\omega t - k_R z)] \exp(-k_I z). \quad (1.94)$$

Dostaneme tedy jakousi obdobu rovinné vlny, jejíž amplituda je při šíření v homogenním prostředí tlumena, tj. rovna $\tilde{E}_0 \exp(-k_I z)$. Vyjádříme-li nyní intenzitu světla podle rov. (1.72) máme

$$I(z) = I_0 \exp(-a z), \quad (1.95)$$

čož je známý *Lambert-Beerův zákon*, který popisuje exponenciální tlumení intenzity vlny při šíření – absorpci.¹⁵ Koeficient a je absorpční koeficient. Ze vztahu (1.72) mezi intenzitou světla a velikostí elektrické intenzity je zřejmé, že

$$a = 2k_I. \quad (1.96)$$

K absorpčnímu zákonu (1.95) se vrátíme ještě v kapitole 14 /vztah (14.50)/, průběh intenzity světla daný tímto zákonem je znázorněn na obr. 14.4.

Velikost reálné a imaginární části vlnového vektoru můžeme vyjádřit explicitně. Výraz (1.90) lze psát (zde $k^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \varepsilon_r$)

$$\tilde{k}^2 = k^2 \left(1 + i \frac{\sigma}{\varepsilon \omega} \right). \quad (1.97)$$

Umocněním rov. (1.89) a dosazením do rov. (1.97) máme

$$k_R^2 - k_I^2 = k^2 \quad (1.98)$$

$$2k_R k_I = \frac{\sigma k^2}{\varepsilon \omega}. \quad (1.99)$$

Po umocnění rov. (1.99) můžeme dosadit za k_I^2 do rov. (1.98), a získat tak kvadratickou rovnici pro k_R^2 :

$$[k_R^2]^2 - k^2 [k_R^2] - \left(\frac{\sigma k^2}{2\varepsilon \omega} \right)^2 = 0. \quad (1.100)$$

Její řešení je

$$k_R = k \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega} \right)^2} + 1. \quad (1.101)$$

Z rov. (1.99) pak máme

$$k_I = k \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega} \right)^2} - 1. \quad (1.102)$$

„Běžný“ index lomu, tj. reálná část komplexního indexu lomu, jak je vidět porovnáním vztahů (1.89) a (1.92), je roven

$$n_R = \frac{c_0}{\omega} k_R.$$

Pomocí rov. (1.101) tedy můžeme explicitně psát

$$n_R = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega}\right)^2} + 1}. \quad (1.103)$$

Pro bezztrátová (nevodivá) prostředí, tedy pro $\sigma=0$, dostáváme z tohoto obecného vztahu obvykle používaný (1.16). Z rov. (1.96) a (1.102) můžeme vyjádřit absorpční koeficient. Velmi často je veličina $\frac{\sigma}{\varepsilon \omega}$ malá, takže

lze s dobrou přesností aproximovat odmocninu $\sqrt{1+x^2} \approx 1 + (1/2)x^2$, což vede k obvykle užívanému výrazu pro absorpční koeficient

$$a = \frac{\omega}{c_0 \sqrt{\varepsilon_r}} \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} = \frac{\omega}{c_0 n_R} \varepsilon_{rl}. \quad (1.104)$$

Poznámky

¹ Permittivita v látkách je také funkcí frekvence elektromagnetické vlny. Těto závislosti se říká disperze a látky se nazývají disperzními (viz kapitola 14). Zde disperzi nebereme v úvahu.

² Skutečně, platí-li pro homogenní ohmický (tedy $\vec{j} = \sigma \vec{E}$) vodič rovnice kontinuity proudu, $\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, a rov. (1.3), dostáváme pro hustotu náboje diferenciální rovnici $\frac{\sigma}{\varepsilon} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, která má řešení odpovídající exponenciálnímu poklesu: $\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon} t\right)$.

³ Uvedeme zde také obecný tvar vlnové rovnice platný i pro magnetické materiály. Nevyloučíme-li magnetická prostředí a použijeme-li místo (1.5) obecnější tvar materiálového vztahu s magnetizací látky \vec{M} , tj.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M},$$

a vztahy (1.6), (1.7), dostaneme dosazením do (1.1) a (1.2)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \nabla \times \vec{M} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \nabla \times \vec{j} + \nabla \times \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial \vec{M}}{\partial t}$$

kde

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Tento tvar vlnových rovnic je platný pro libovolné materiály a byl získán bez jakýchkoliv aproximací.

- ⁴ Vlnová rovnice (1.14) určuje čtverec fázové rychlosti $c^2 = \frac{1}{\epsilon\mu}$ a podíl čtverců fázových rychlostí ve vakuu a v prostředí určuje čtverec indexu lomu $n^2 = \epsilon_r \mu_r$. Pro bezztrátová prostředí jsou všechny veličiny reálné. Obvykle se fázová rychlost a index lomu chápou jako kladné veličiny a znaménka \pm při odmocňování se interpretují tak, že se světlo může šířit v kladném nebo záporném smyslu. Tak jsme napsali i vztahy (1.15) a (1.16). V tomto duchu se například při odrazu světla na zrcadle může položit $n \rightarrow -n$, jak uvedeme např. v odst. 10.2.5. Zpravidla se také implicitně předpokládá, že i veličiny ϵ_r a μ_r jsou nezáporné. Ovšem jak uvidíme dále, například při šíření světla plazmatem může být ϵ_r jak kladné, tak záporné (srov. odst. 14.2), μ_r může být záporné pro některé látky s magnetickým uspořádáním. Pokud je jedna z veličin ϵ_r , μ_r záporná, vychází index lomu ryze imaginární (dochází k odrazu světla, srov. odst. 14.2). Zajímavý případ nastává, když je současně $\epsilon_r < 0$, $\mu_r < 0$. Index lomu je pak sice reálná veličina, ale jak ukázal v roce 1966 V. G. Veselago, je šíření světla v takovém prostředí popsáno správně záporným indexem lomu, tedy $n = -\sqrt{\epsilon_r \mu_r} < 0$. Znamená to například, že zákon lomu /viz rov. (3.14)/ stále platí, ale lomený paprsek postupuje na opačnou stranu od kolmice než obvykle /jak plyne z (3.14) pro $n_2 < 0$ a ze znaménkové konvence uvedené v odst. 10.2.1/. Z Maxwellových rovnic pro $\epsilon_r < 0$, $\mu_r < 0$ také plyne, že vektory $\vec{E}, \vec{H}, \vec{s}$ tvoří levotočivou trojici (na rozdíl od obvyklého případu znázorněného na obr. 1.3). Proto se takovým prostředím často říká levotočivá. Poyntingův vektor /srov. rov. (1.67)/ míří na opačnou stranu než se šíří vlna, grupová a fázová rychlost jsou opačně orientovány. Materiály uvedených vlastností byly skutečně vyrobeny (například kompozitní materiály složené z kovu a dielektrika, někdy se mluví o metamateriálech) a jejich „zvláštní“ chování bylo experimentálně prokázáno (například S. Schulze se spolupracovníky v roce 2000). Stále pokračuje jejich výzkum i hledání aplikačních možností. (viz např. W. Cai – V. M. Shalaev: *Optical Metamaterials*. New York, Springer Science – Business Media. 2012.)
- ⁵ Je-li například vlna popsána funkcí $f(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \exp[-i(\omega t - \Phi(\vec{r}))]$, je *plocha konstantní amplitudy* dána rovnicí $a(\vec{r}) = \text{konst}$, *vlnoplocha* rovnicí $\Phi(\vec{r}) = \text{konst}$. Vlny, pro něž si vlnoplochy a plochy konstantní amplitudy neodpovídají, se nazývají *nehomogenní*.
- ⁶ Název „rovinné vlny“ se obvykle užívá pro „homogenní rovinné vlny“, které uvažujeme také zde.
- ⁷ Ze vztahů (1.35, 1.36) plyne, že pro nulovou hodnotu elektrického pole E je nulová i hodnota magnetického pole B , tj. obě pole jsou v postupující elektromagnetické rovinné vlně ve fázi.