



JAN VOBECKÝ, VÍT ZÁHLAVA

ELEKTRONIKA

SOUČÁSTKY A OBVODY
PRINCIPY A PŘÍKLADY

TŘETÍ, ROZŠÍŘENÉ VYDÁNÍ

AKTUALIZOVANÝ DOTISK
ÚSPĚŠNÉHO TITULU

 **GRADA**[®]

JAN VOBECKÝ, VÍT ZÁHLAVA

ELEKTRONIKA

SOUČÁSTKY A OBVODY
PRINCIPY A PŘÍKLADY

TŘETÍ, ROZŠÍŘENÉ VYDÁNÍ

GRADA PUBLISHING

Upozornění pro čtenáře a uživatele této knihy

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této tištěné či elektronické knihy nesmí být reprodukována a šířena v papírové, elektronické či jiné podobě bez předchozího písemného souhlasu nakladatele. Neoprávněné užití této knihy bude trestně stíháno.

Jan Vobecký, Vít Záhlava

Elektronika

Součástky a obvody, principy a příklady

Třetí, rozšířené vydání

Vydala Grada Publishing, a.s.
U Průhonu 22, Praha 7
obchod@grada.cz, www.grada.cz
tel.: +420 234 264 401
jako svou 2243. publikaci

Recenzoval: Prof. RNDr. Helmar Frank, DrSc.
Odpovědná redaktorka Věra Slavíková
Sazba Jaroslav Kolman
Fotografie na obálce fotobanka Allphoto.cz
Počet stran 220
Třetí, rozšířené vydání, Praha 2005
Aktualizovaný dotisk, Praha 2015
Dotisk 2021
Vytiskla TISKÁRNA V RÁJLI, s.r.o., Pardubice

© Grada Publishing, a.s., 2005
Cover Design © Grada Publishing, a.s., 2015

*Názvy produktů, firem apod. použité v knize mohou být ochrannými známkami
nebo registrovanými ochrannými známkami příslušných vlastníků.*

ISBN 978-80-271-4631-4 (pdf)
ISBN 978-80-247-1241-3 (print)

Obsah

Předmluva	9
1. Elektrická vodivost pevných látek	11
1.1 Energetická pásová struktura pevných látek	11
1.2 Izolanty, kovy, polovodiče	14
1.3 Nevlastní polovodič	22
2. Základní pojmy	28
2.1 Proud	28
2.2 Napětí	28
2.3 Výkon	29
2.4 Kirchhoffovy zákony	29
2.4.1 První Kirchhoffův zákon	29
2.4.2 Druhý Kirchhoffův zákon	30
2.5 Ohmův zákon	30
2.6 Zdroje napětí a proudu	32
2.6.1 Zdroj napětí	32
2.6.2 Zdroj proudu	33
2.6.3 Dualita zdroje napětí a proudu	33
2.6.4 Theveninův teorém	34
2.6.5 Nortonův teorém	36
2.7 Náhradní lineární obvody	36
2.7.1 Linearizovaný odporový dvojpól	36
2.7.2 Linearizovaný odporový dvojbran	38
2.7.2.1 Hybridní charakteristické rovnice	39
2.7.2.2 Vztah h_{21e} a h_{21E}	43
2.7.2.3 Admitanční charakteristické rovnice	44
2.7.2.4 Převodní vztahy mezi hybridními a admitančními parametry	47
3. Pasivní součástky	49
3.1 Rezistory	49
3.1.1 Parametry rezistorů	49
3.1.1.1 Řady jmenovitých hodnot	49
3.1.1.2 Jmenovitá zatížitelnost	50
3.1.1.3 Další parametry rezistorů	51
3.1.2 Značení rezistorů	51
3.1.2.1 Číselné značení s příponou	51
3.1.2.2 Barevný kód	52
3.1.2.3 Číselné značení	52

3.2	Kapacity	54
3.2.1	Energie elektrostatického pole kapacitoru	57
3.2.2	Parametry kapacitorů	57
3.2.3	Konstrukční typy kapacitorů	59
3.2.3.1	Kapacity s dielektrikem z umělých hmot	59
3.2.3.2	Keramické capacity	59
3.2.3.3	Elektrolytické capacity	60
3.2.3.4	Kapacity v monolitických integrovaných obvodech	60
3.2.4	Značení kapacitorů	61
3.3	Induktory	61
3.3.1	Energie magnetického pole induktoru	62
3.3.2	Parametry induktorů	63
3.3.3	Indukčnost induktoru	64
3.4	Skládání rezistorů, kapacitorů a induktorů	65
3.4.1	Sériové a paralelní řazení rezistorů	65
3.4.2	Sériové a paralelní řazení kapacitorů	66
3.4.3	Sériové a paralelní řazení induktorů	66
4.	Diody	68
4.1	P-N přechod	68
4.2	Dioda s P-N přechodem	70
4.2.1	Propustný směr	70
4.2.2	Závěrný směr	72
4.2.3	Volt-ampérová charakteristika ideálního P-N přechodu	73
4.2.4	Charakteristiky diod s P-N přechodem	75
4.2.5	Lavinový jev	76
4.2.6	Tunelový jev	77
4.2.7	Parametry diod	78
4.2.8	Typy diod s P-N přechodem	82
4.3	Diody s přechodem kov–polovodič	85
4.3.1	Propustný směr	86
4.3.2	Závěrný směr	88
4.3.3	Volt–ampérová charakteristika ideálního přechodu kov–polovodič	88
4.3.4	Vlastnosti a parametry diod s přechodem kov-polovodič	90
4.4	Obvody s diodami	91
4.4.1	Usměrňovače	91
4.4.2	Stabilizátory napětí	95
5.	Tranzistory	99
5.1	Bipolární tranzistor	99
5.1.1	Princip činnosti	100
5.1.1.1	Nevodivý režim	101
5.1.1.2	Normální aktivní režim	103
5.1.1.3	Inverzní aktivní režim	107
5.1.1.4	Režim saturace	107

5.1.2	Mezní parametry bipolárních tranzistorů	109
5.1.3	Základní zapojení bipolárních tranzistorů	110
5.1.3.1	Zesilovače s bipolárním tranzistorem	113
5.1.3.2	Spínače s bipolárním tranzistorem	118
5.2	Tranzistor JFET a MESFET	123
5.2.1	Princip činnosti	124
5.2.2	Mezní parametry tranzistorů JFET	127
5.2.3	Základní zapojení tranzistorů JFET	127
5.2.4	JFET jako zesilovač malého signálu	130
5.2.5	Tranzistor MESFET	134
5.3	Tranzistor MOSFET	135
5.3.1	Princip činnosti	136
5.3.2	Parametry a charakteristiky tranzistoru MOSFET	140
5.3.3	Mezní parametry	142
5.3.4	Zapojení tranzistorů MOSFET	143
5.3.5	Obvody CMOS	147
5.4	Tranzistory DMOS a IGBT	150
6.	Tyristory	156
6.1	Spínání tyristoru	158
6.2	Vypínání tyristoru	160
6.2.1	Vypínání v obvodech střídavého napětí	160
6.2.2	Vypínání v obvodech stejnosměrného napětí	162
6.3	Vypínací tyristor GTO	164
6.4	Diak a triak	166
7.	Optoelektronika	168
7.1	Zdroje optického záření	170
7.1.1	Zdroje nekoherentního záření	170
7.1.2	Zdroje koherentního záření	173
7.2	Detektory optického záření	175
7.2.1	Fotorezistor	175
7.2.2	Fotodioda	176
7.2.3	Fototranzistor	179
7.3	Optoelektronické systémy	179
8.	Operační zesilovače	180
8.1	Konstrukce operačního zesilovače	181
8.1.1	Rozdílový zesilovač	182
8.1.2	Mezilehlý zesilovač	182
8.1.3	Koncový stupeň	182
8.1.4	Napájení operačního zesilovače	183

8.2	Operační zesilovač a zpětná vazba	183
8.2.1	Záporná zpětná vazba	184
8.2.2	Kladná zpětná vazba	185
8.3	Operační zesilovač a záporná zpětná vazba	185
8.3.1	Invertující zesilovač s operačním zesilovačem	186
8.3.2	Neinvertující zesilovač s operačním zesilovačem	188
8.3.3	Převodník proud – napětí	191
8.4	Operační zesilovač bez zpětné vazby	192
8.5	Operační zesilovač a kladná zpětná vazba	194
8.6	Operační zesilovač s kladnou a zápornou zpětnou vazbou	197
8.7	Vlastnosti reálného operačního zesilovače	200
8.7.1	Vstupní proud operačního zesilovače	200
8.7.2	Vstupní napěťová nesymetrie operačního zesilovače	202
8.7.3	Kmitočtová kompenzace OZ	204
Příloha – princip simulace polovodičových součástek		213
Literatura		215
Seznam použitých symbolů, značek a zkratek		216
Rejstřík		219

Předmluva

Záměrem autorů této knihy je podat vysvětlení principů základních elektronických součástek (diskrétních i v integrovaných obvodech) a s nimi spojených základních elektrických obvodů. Kniha se zaměřuje především na součástky polovodičové, protože ty jsou v posledních desetiletích aplikačně nejvýznamnější. Principy součástek jsou probírány v přímé návaznosti na jejich použití v základních elektronických obvodech a zahrnují vysvětlení i poměrně složitých fyzikálních principů. K tomu je systematicky využíváno moderních simulačních prostředků Technology Computer Aided Design (TCAD), což umožňuje přesné vysvětlení vnitřního i vnějšího chování reálných polovodičových součástek bez zavádějících kompromisů.

Tato kniha vychází z mnohaletých zkušeností získaných při výuce základního kursu elektroniky na Elektrotechnické fakultě ČVUT v Praze. Z nich vyplývá, že studenti mají základní znalosti z teorie elektrických obvodů a ví o existenci řady elektronických součástek. Někteří studenti znají jejich základní vlastnosti, popřípadě i parametry nebo charakteristiky. Toto není překvapující, povšimneme-li si, že na současném knižním trhu je řada knížek a brožur popisujících uvedenou oblast se snahou o snadné pochopení při zachování atraktivnosti. Jejich nevhodou ale většinou je, že ve snaze o co nejširší záběr popisují chování součástek jen na základě jejich elektrických charakteristik, které berou jako východisko k jejich pochopení. Tento přístup se ukazuje jako dostačující, pokud se nacházíme jen v základních (standardních) situacích. Mimo standardní situace, a to i při omezení na systémový přístup, nám znalosti k řešení problémů chybí, protože ze standardních charakteristik je většinou není možné získat. V takové situaci potřebujeme totiž znalosti založené na porozumění fyzikálního chování vnitřní struktury součástek. Odměnou za vynaložené úsilí je pak schopnost řešit nejen standardní, ale i specifické problémy a extrapolovat tak chování součástek i do situací, které nejsou v literatuře zpracovány. Tato schopnost nabývá čím dál tím větší důležitosti, protože tlak na zvyšování užité hodnoty při současném snižování ceny nutí výrobce součástek k řešením, která jsou velmi vzdálená zažitým standardům.

V čem tedy spočívá přínos této knihy? Jedná se zejména o vysvětlení fyzikálních principů polovodičových součástek a jejich chování v elektrických obvodech na úrovni přístupné od střední školy výše. Kniha umožňuje jejich pochopení i bez předchozího rozsáhlého studia disciplín jako je kvantová fyzika, fyzika polovodičů a teorie obvodů. Toho lze obvykle dosáhnout buď za cenu značného zjednodušení, nebo odkazem na literaturu. Co se týká odkazů na literaturu je zřejmé, že vždy se mu vyhnout nešlo. Hlavním důvodem je omezený rozsah knihy s ohledem na její záběr. Co se týká zjednodušování, naší snahou bylo vyvarovat se mu co nejvíce, pokud by to mělo vést k nepřesnostem. Na druhou stranu jsme se ale snažili o co největší zjednodušení tam, kde to vedlo k efektivnějšímu vysvětlení bez zdlouhavých odvození. Je běžnou praxí, že zájemce o detailní znalosti studuje z více pramenů, kde případná odvození naleznou. Některé užitečné prameny jsou přitom uvedeny v seznamu použité literatury. Tato kniha by tedy měla posloužit jako základ jak budoucím elektronikům, tak i zájemcům o získání rozhledu v oblasti elektroniky.

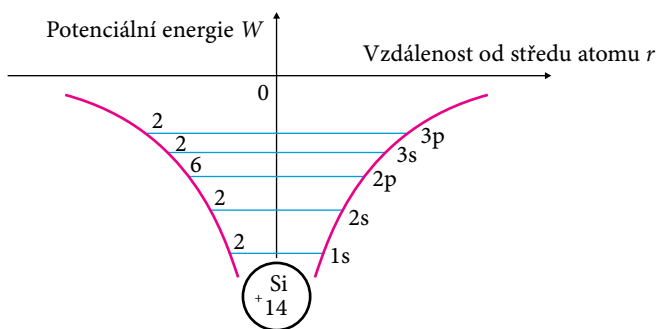
Je milou povinností poděkovat za cenné připomínky a náměty k obsahu této knihy specialistům v oboru fyziky polovodičů Pavlu Hazdrovi a Janu Vovsovi z katedry mikroelektroniky ČVUT v Praze. Naším manželkám a dětem děkujeme za trpělivost a podporu v průběhu sepišování této knihy.

1. Elektrická vodivost pevných látek

1.1 Energetická pásová struktura pevných látek

Látky se skládají z atomů, které jsou tvořeny kladně nabitým jádrem obklopeným záporně nabitým elektronovým obalem. Jako celek jsou proto atomy elektricky neutrální. Zatímco průměr atomu je v řádu desetin nm, průměr jádra je přibližně 100 000 krát menší. To znamená, že elektrony obklopují jádro v poměrně značné vzdálenosti.

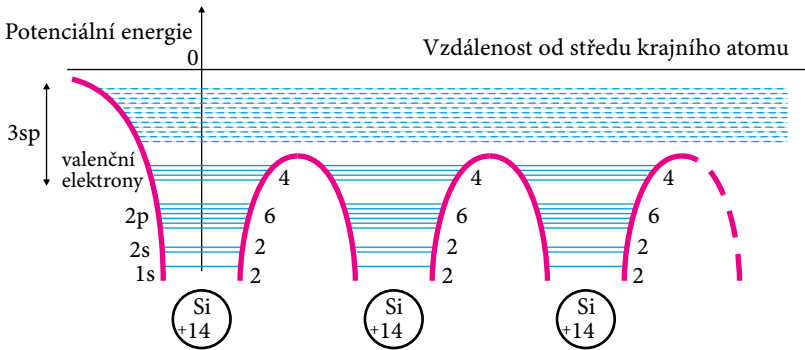
Uvažujme dále atom křemíku, který je dnes v elektronice nejrozšířenějším polovodičovým materiálem. Jeho jádro má 14 kladných elementárních nábojů a elektronový obal je tvořen 14 elektrony. Na základě kvantově-mechanické teorie atomu lze odvodit [1], že elektrony v atomu mohou nabývat jen určitých diskrétních (kvantovaných) hodnot energií. Pokud by byl atom izolovaný, nacházely by se elektrony na diskrétních energetických hladinách v potenciálové jámě podle jednorozměrného přiblížení na *obr. 1.1*. Obrázek ukazuje, že bez dodání dostatečné velké energie nemohou elektrony z této jámy uniknout. Existence jámy je dána působením elektrostatické přitažlivé síly F působící mezi protony a elektrony, kterou lze vyjádřit pomocí **Coulombova zákona** $F = e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$. Z něj lze odvodit pro energii elektronů $W = -e^2/4\pi\epsilon_0 r$, což odpovídá hyperbole na *obr. 1.1*. Síla působící na elektrony, která je dána změnou potenciální energie s polohou $F = -\Delta W/\Delta r$, je na *obr. 1.1* vždy záporná. Působí tedy na elektron ve směru do středu atomu, a proto reprezentuje přitažlivé síly elektronů k jádru atomu. Čím je absolutní hodnota energie W větší, tím jsou elektrony k jádru vázány silněji. Elektrony na nižších energetických hladinách, které jsou blíže k jádru, jsou tedy k jádru vázány silněji. Nulová hodnota potenciální energie elektronů se podle definice nachází v nekonečnu a odpovídá tzv. hladině vakua, na níž by již vůbec nebyl elektron přitahován k jádru.



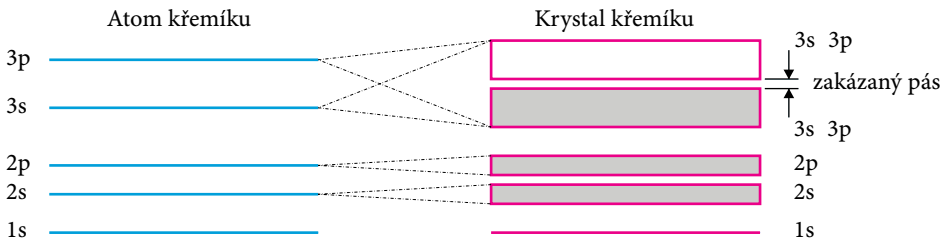
Obr. 1.1 Potenciální energie elektronů osamělého atomu křemíku ^{14}Si v základním stavu. Čísla uvádějí počet elektronů na energetických hladinách 1s až 3p.

Pevné látky, kterými se budeme dále zabývat, mají atomy uspořádány v prostorové krystalové mřížce, která se periodicky opakuje. Je to dáno tím, že v daných podmínkách mají látky tendenci zaujímat nejstabilnější uspořádání. To je takové, které reprezentuje nejnižší hodnotu celkové energie krystalu z možných případů. Nejkratší vzdálenost mezi atomy v mřížce se nazývá mřížková konstanta. Ta je výsledkem rovnováhy mezi přitažlivými a odpudivými silami atomů, jejichž elektronové obaly se v těsném uspořádání krystalové mřížky prolínají. V dů-

sledku těchto interakcí jsou energetické stavy elektronů pozměněny. Přitom se uplatňuje **Pauliho vylučovací princip**, který stanoví, že žádné dva elektrony v celém krystalu nemohou existovat ve stejném kvantovém stavu. Výsledkem je obr. 1.2, kde se původní diskrétní energetické hladiny z obr. 1.1 rozštěpily na pásy tvořené diskrétními energetickými hladinami [4]. Výjimkou jsou jen hladiny 1s, které jsou energeticky nejbližší k jádru a v podmínkách krystalu křemíku (daných mřížkovou konstantou) se navzájem neovlivňují, a tudíž ani neštěpí. Situace na obr. 1.2 je zjednodušena na případ tří atomů, aby bylo možné zakreslit jednotlivé hladiny. V reálných případech je počet těchto hladin v rámci jednoho pásu obrovský, protože je dán počtem atomů v krystalu. Jejich koncentrace je pro křemík přibližně 5.10^{28} m^{-3} (Příklad 1.1). Energetické hladiny jsou potom tak blízko, že je lze pro praktické případy považovat za pás hodnot energií, které mohou elektrony nabývat. Proto je zvykem mluvit o pásch dovolených hodnot energií, mezi nimiž se nachází pásy zakázaných hodnot energií. Celá situace je zjednodušeně znázorněna na obr. 1.3. Zde je okótován jen zakázaný pás mezi posledním plně obsazeným a neobsazeným, popřípadě jen částečně obsazeným pásem. Jeho důležitost pro vodivost pevných látek bude dále ukázána. Promíchání hladin z pásů 3s a 3p je vlastností atomů křemíku a u jiných prvků se nemusí vyskytovat. Z hlediska dalšího výkladu není podstatné. Nutné je ale zmínit, že průběh potenciální energie sousedních atomů z obr. 1.1 se na obr. 1.2 skládá a dochází tak ke snížení potenciálové jámy. Čtyři nejvýše obsazené hladiny 3sp se dostanou k jejímu vrcholu a zbývající, v základním stavu neobsazené, jsou nad ním.



Obr. 1.2 Potenciální energie elektronů v krystalové mřížce tvořené třemi atomy křemíku ^{14}Si v základním stavu (není kresleno ve správném měřítku).



Obr. 1.3 Diskrétní energetické hladiny atomu křemíku se při vytvoření krystalu křemíku rozštěpí na energetické pásy (není kresleno ve správném měřítku).

Výsledkem je, že čtyři elektrony z každého atomu křemíku, které se nachází na nejvyšších obsazených energetických hladinách, vytvoří systém valenčních elektronů. Na *obr. 1.2* se tedy jedná celkem o dvanáct valenčních elektronů pro tři atomy křemíku. Valenčními se nazývají proto, že jsou nejvíce vzdáleny od jádra, a proto rozhodují o vzájemné vazbě atomů, která je dána interakcí jejich elektronových obalů. Způsob vazby atomů je předurčen počtem valenčních elektronů, který se nazývá valence nebo také mocenství. Struktura vazby pak rozhoduje o vlastnostech dané látky. Nejdůležitější typy vazeb jsou proto dále stručně popsány.

Příklad 1.1

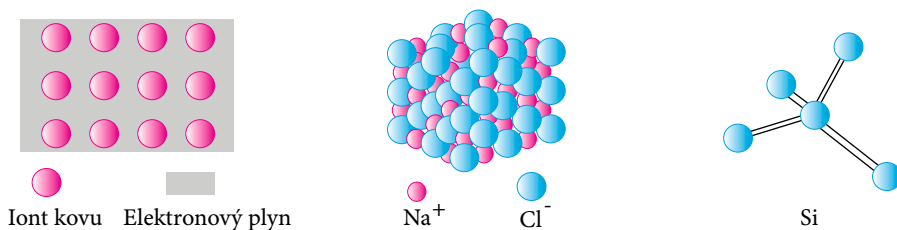
Uřete počet atomů křemíku v jednotce objemu (koncentraci), je-li Avogadrovo číslo $N = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, atomová hmotnost křemíku $28,09 \text{ g/mol}$ a hustota křemíku $\rho_{\text{Si}} = 2,33 \cdot 10^6 \text{ g/m}^3$.

Řešení

Koncentrace atomů v krystalu křemíku je

$$n_{\text{Si}} = (\text{atomů v gramu Si}) \cdot (\text{hustota Si}) = \frac{(\text{Avogadrovo číslo})}{(\text{atomová hmotnost})} \cdot (\text{hustota Si}) = \frac{6,022 \cdot 10^{23} [\text{atomů/mol}]}{28,09 [\text{g/mol}]} \cdot 2,33 \cdot 10^6 [\text{g/m}^3] \cong 5,10^{28} [\text{atomů/m}^3] = 5,10^{28} [\text{m}^{-3}]$$

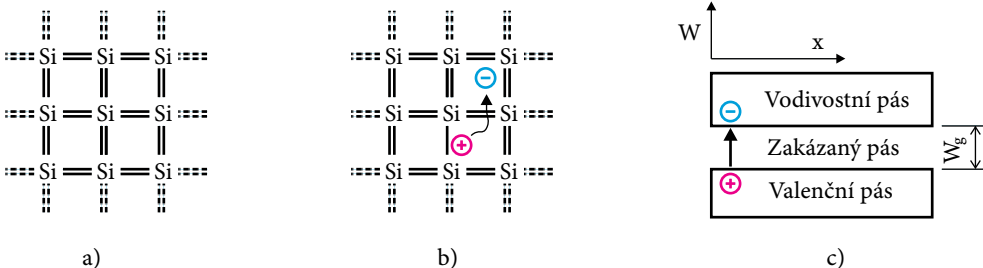
V případě **kovové** vazby tvoří atomy mřížku kladně nabitých iontů a valenční elektrony jsou k atomům vázány jen volně a tvoří tzv. elektronový plyn. To si lze představit tak, že těsné uspořádání atomů vede k promíchání elektronů od sousedních atomů. Valenční elektrony nepřísluší konkrétnímu atomu či dvojici atomů a mohou přecházet od jednoho jádra k libovolnému dalšímu. V přiloženém elektrickém poli pak mohou tvořit elektrický proud. Vysoká koncentrace volných elektronů je předpokladem vysoké elektrické vodivosti tak, jak je u kovů obvyklé.



Atomy s málo zaplněným valenčním pásem mají tendenci valenční elektron ztrácet a vytvářet kladný iont, např. kationt Na^+ z 1. sloupce periodické soustavy prvků. Atomy s téměř zaplněným valenčním pásem mohou další elektron přijímat a vytvářet záporný iont, např. aniont Cl^- ze 7. sloupce. V obou případech je výsledkem zcela zaplněný nejvýše obsazený pás. Tato situace zůstává zachována i v případě, že oba opačně nabitě ionty vytvoří **iontovou** vazbu. Protože se kationty a anionty v prostoru pravidelně střídají, vytvářejí mřížku. Valenční elektrony

kationtů přecházejí na atomy aniontů a vazba je udržována pomocí přitažlivé coulombovské síly. Hustota náboje mezi ionty je nulová a látka se chová jako izolant. Až při vyšší teplotě, kdy tepelná energie umožní transport iontů v mřížce, může nastat tzv. iontová vodivost. Ta je na rozdíl od ostatních zde uváděných typů vodivosti spojena s přenosem hmoty.

Kovalentní vazbu tvoří dva elektrony s opačnými spiny. Každý pochází od jednoho ze dvou atomů, mezi nimiž je vazba vytvořena. Výsledkem tohoto vzájemného sdílení valenčních elektronů jádru sousedních atomů je velmi těsná, a tudíž i pevná vazba. V ní jsou elektrony velmi pevně vázány k elektricky neutrálním atomům. Valenční pás je vytvořením této vazby zcela zaplněn. Např. atom křemíku má čtyři valenční elektrony. Je tedy čtyřmocný a lze jej nalézt ve čtvrtém sloupci periodické soustavy prvků. Protože s každým ze čtyř sousedních atomů v mřížce sdílí jeden valenční elektron, má ve skutečnosti vnější slupku zcela zaplněnou, a to osmi elektrony. Dvourozměrné zjednodušení této situace je na *obr. 1.4a*). Nulová koncentrace volných elektronů (v teoretickém přiblížení) vede na nulovou elektrickou vodivost typickou pro izolant. Je-li ale například v důsledku zvýšení teploty mřížky kovalentní vazba narušena dodáním tepelné energie, dojde k uvolnění valenčních elektronů dle *obr. 1.4b*). Výsledkem je zvýšená elektrická vodivost, kterou známe u polovodičů pod označením vlastní vodivost. Existence alespoň částečné kovalentní vazby je základním atributem polovodičů. Např. křemík a germanium jsou tvořeny výhradně kovalentní vazbou, zatímco GaAs kovalentní vazbou s menším podílem vazby iontové.



Obr. 1.4 Kovalentní vazba atomů křemíku při nízké teplotě a), její možné narušení při vyšší teplotě za vzniku páru elektron-díra b) a tomu odpovídající znázornění v lineárním pásovém modelu c).

1.2 Izolanty, kovy, polovodiče

Elektrony v atomech přednostně obsazují nejnižší energetické stavy, a proto jsou dolní energetické pásy zcela zaplněny. Pro hodnotu elektrické vodivosti pevných látek je pak rozhodující, zda elektrony úplně, nebo jen částečně zaplňují nejvyšší energetické pásy, tj. **valenční** a **vodivostní** pás. Mezi nimi se v řadě případů nachází již zmíněný zakázaný pás energií (*obr. 1.4c*), jehož šířka W_g má zásadní význam pro hodnotu elektrické vodivosti polovodičů a izolantů.

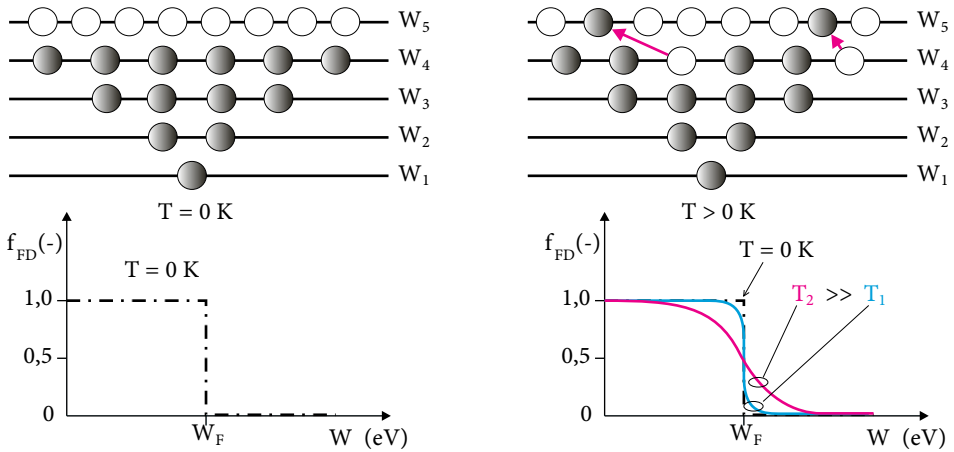
Elektrická vodivost σ kvantifikuje schopnost transportu nosičů elektrického náboje danou látkou po přiložení vnějšího elektrického napětí. Elektron se ale může krystalem volně pohybovat ve směru pole pouze tehdy, bude-li mu dodána potřebná energie, tj. může-li přejít na vyšší energetickou hladinu. Je-li ale energetický pás elektrony plně obsazen, není v něm pro tento účel vyšší energetická hladina volná. Vedení proudu je potom možné jen tehdy, je-li elek-

tronu dodána energie dostatečná pro přechod do pásu vyššího. Ve smyslu *obr. 1.4c*) to znamená přechod z valenčního do vodivostního pásu přes zakázaný pás W_g (gap) ve vertikálním směru. Takto vzniknou volné nosiče náboje a látka se stane vodivou. Nejčastější formou energie pro tento účel je tepelná energie kmitů mřížky, může se ale také jednat např. o energii elektromagnetického vlnění (fotony světla nebo infračerveného záření), rychlých elektronů nebo iontů.

Intuitivně lze chápat, že schopnost překonat zakázaný pás bude klesat s rostoucí šířkou zakázaného pásu W_g . Matematicky tato skutečnost vyplývá z tzv. **Fermi-Diracovy rozdělovací funkce** f_{FD} , která stanoví pravděpodobnost, že náhodně zvolený elektron obsadí určitý interval energií $W + \Delta W$ z celkového konstantního množství dostupných energetických stavů [2]

$$f_{FD} = \frac{1}{1 + \exp[(W - W_F)/kT]} \quad (1.1)$$

kde k je Boltzmannova konstanta ($1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K), W_F je Fermiho energie (hladina) a T je absolutní teplota. Vliv teploty na změnu rozdělovací funkce f_{FD} znázorňuje *obr. 1.5*.



Obr. 1.5 Pravděpodobnost obsazení energetické hladiny W nad Fermiho hladinou W_F exponenciálně klesá s rostoucí energií W , zároveň však roste s rostoucí teplotou.

Při teplotě absolutní nuly ($T=0$ K) jsou elektrony v nejnižších možných energetických stavech, a proto je nejvýše obsazená hladina W_4 , ačkoliv jsou k dispozici ještě další kvantové stavy na hladině W_5 . Dosazením do rovnice (1.1) pro $W < W_F$ a $T = 0$ dostaneme, že pravděpodobnost obsazení hladin W_1 až W_4 je rovna jedné, protože $\exp(-\infty) \rightarrow 0$, odkud $f_{FD}(W < W_F) = 1$. Pro $W > W_F$ a $T = 0$ vyplývá, že pravděpodobnost obsazení hladiny W_5 je nulová, protože $\exp(+\infty) \rightarrow +\infty$. Odtud vyplývá $f_{FD}(W > W_F) = 0$. Hodnota f_{FD} se mění z 1 na 0 pro Fermiho hladinu $W = W_F$, pro níž platí $f_{FD}(W = W_F) = 0,5$. Na *obr. 1.5* pro $T = 0$ K se tato hypotetická energetická hladina nachází mezi hladinami W_4 a W_5 , a neodpovídá tudíž žádnému dovolenému energetickému stavu. To nám ale nevadí, protože ve fyzice se tato hypotetická hladina nejčastěji využívá ke znázornění energetické úrovně s padesátiprocentní pravděpodobností

obsazení elektronem. To je patrné z rovnice (1.1) po dosazení $W = W_F$, odkud pro libovolnou teplotu vyplývá $f_{FD}(W = W_F) = 0,5$.

Při vzrůstu teploty ($T > 0$ K) se mohou některé elektrony dodáním tepelné energie ocitnout na vyšších energetických hladinách, např. na W_5 na obr. 1.5 vpravo. Některé nižší energetické stavy mohou být neobsazeny, např. W_4 na obr. 1.5 vpravo. Rozdělovací funkce pak změní svůj tvar v okolí W_F v souladu s obr. 1.5. Pro případ obsazení většiny energetických hladin vysoko nad hladinou W_F ($W - W_F \gg kT$) platí $\exp[(W - W_F)/kT] \gg 1$. V polovodičích k tomu dochází například při $T > 0$ °C, a tedy i při pokojové a vyšších teplotách. To umožňuje zjednodušit Fermi-Diracovu rozdělovací funkci (1.1) na **Maxwell-Boltzmannovu rozdělovací funkci** (1.2)

$$f_{FD} \approx f_{MB} = \exp[-(W - W_F)/kT] \quad (1.2)$$

Z tohoto vztahu, který bude platit pro valnou většinu námi uvažovaných případů, je patrné, že pravděpodobnost obsazení energetické hladiny s rostoucí energií exponenciálně klesá. To současně znamená, že počet elektronů, který je schopen přechodu z valenčního do vodivostního pásu dle obr. 1.4c) exponenciálně klesá s rostoucí šířkou zakázaného pásu W_g . Jelikož elektrická vodivost je dána koncentrací volných nosičů náboje, bude tato také exponenciálně závislá na šířce W_g . Ze vzorce (1.2) zároveň vyplývá exponenciální závislost pravděpodobnosti obsazení energetické hladiny na teplotě. To je důvodem, proč je řada veličin, kterými se budeme zabývat v souvislosti s polovodiči, exponenciálně závislá na teplotě.

Příklad 1.2

Určete pravděpodobnost, že energetická úroveň $3kT$ nad Fermiho hladinou W_F je při $T = 300$ K obsazena elektronem.

Řešení

Dosazením do rovnice (1) dostaneme

$$f_{FD} = \frac{1}{1 + \exp[(W - W_F)/kT]} = \frac{1}{1 + \exp(3kT/kT)} = \frac{1}{1 + 20} = 0,047 \quad .$$

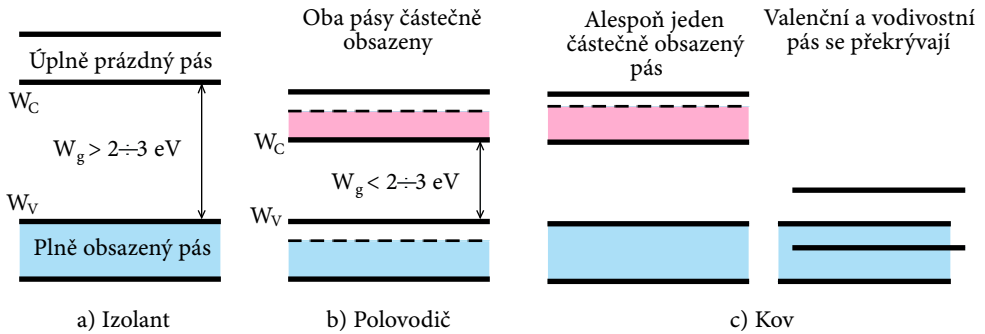
Pravděpodobnost obsazení je asi 5 %.

Poznámka

1. V souladu s obr. 1.5 je zřejmé, že pravděpodobnost obsazení energetické úrovně nad Fermiho hladinou je mnohem menší než 100 %.
2. Pro $W - W_F \geq 3kT$ lze bez velké újmy na přesnosti nahradit Fermi-Diracovu rozdělovací funkci Maxwell-Boltzmannovou. V našem případě je $f_{FD} = 1/(1+20)$, zatímco $f_{MB} = 1/20$.

Budou-li všechny hladiny ve valenčním pásu plně obsazeny a zakázaný pás příliš široký (větší než 2 až 3 eV), zůstane vodivostní pás až do vysokých teplot zcela neobsazen. Vodivost látky bude zanedbatelná, zatímco měrný odpor bude obrovský ($\rho = 1/\sigma \approx 10^{14}$ až 10^{20} Ωcm). Taková látka se bude chovat jako **izolant** (obr. 1.6a). Jiná situace nastane, bude-li šířka zakázaného pásu W_g menší natolik, aby mohly elektrony dodáním tepelné energie ($T \gg 0$ K) překonat zakázaný pás v souladu s modelem na obr. 1.4c). Pak dostaneme látku vykazující za nízkých teplot zanedbatelnou vodivost, avšak za vyšších teplot, např. při pokojové teplotě, o mnoho

řádů větší vodivost (obr. 1.6b). Budeme ji proto označovat jako **polovodič** ($\rho = 1/\sigma \approx 10^{-2} \Omega\text{cm}$ až $10^9 \Omega\text{cm}$). Částečně obsazený vodivostní pás bude obsahovat volné elektrony dodané z pásu valenčního. Po elektronech ve valenčním pásu zbudou volné energetické hladiny, tzv. díry (obr. 1.4c). Jelikož jsou volné, mohou vedle elektronů ve vodivostním pásu přispívat k elektrické vodivosti. Proto rozeznáváme v polovodičích vodivost elektronovou a děrovou.



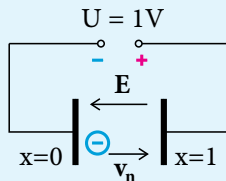
Obr. 1.6 Valenční pás izolantu a polovodiče je při $T = 0 \text{ K}$ zcela zaplněn. Při $T > 0 \text{ K}$ mohou v polovodiči (v izolantu nikoliv) elektrony přejít z plně obsazeného valenčního pásu přes zakázaný pás a způsobit jeho neúplné obsazení. V kovech je vždy alespoň jeden pás neúplně obsazen. Neúplně obsazené pásy umožňují pohyb elektronů krystalem.

U **kovů** se buď valenční a vodivostní pásy překrývají (obr. 1.6c vpravo), nebo není jeden z nich plně obsazen (obr. 1.6c vlevo). Obecně lze tedy říci, že vodivostní pás kovů není zcela obsazen. Odtud vyplývá pro většinu případů velmi nízká hodnota měrného odporu $\rho = 1/\sigma \approx 10^{-6} \Omega\text{cm}$ až $10^{-3} \Omega\text{cm}$.

Také odtud vyplývá, že obr. 1.5 platí pouze pro kovy, protože nebereme v úvahu existenci zakázaného pásu. Pro polovodiče se W_F většinou nachází v zakázaném pásu. Reálné hodnoty f_{FD} jsou pak pouze pro ty nad W_C a pod W_V (mimo zakázaný pás), kde zároveň platí $f_{FD} \approx f_{MB}$.

Příklad 1.3

Jakou energii získá elektron urychlením ve vakuu mezi dvěma deskami s rozdílem potenciálů 1 V?



Řešení

Rychlost elektronu je podle (1.3) $v_n = \mu_n \cdot E = e \cdot \tau_n \cdot E / m_n$. Jelikož je elektron ve vakuu, bude doba mezi srážkami rovna časovému intervalu t , za který dorazí na elektrodu $x = l$, a hmotnost bude dána klidovou hmotností ve vakuu m_0 . Proto platí $v_n = e \cdot t \cdot E / m_0$. Elektron bude mezi elektrodami urychlován z nulové počáteční rychlosti na konečnou rychlost v_n , kterou narazí na desku – jeho pohyb bude rovnoměrně zrychlený. Vzdálenost

$$l = \frac{|v_n| \cdot t}{2} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot t^2 \cdot |E|}{m_0} \text{ pak urazí za čas } t = \sqrt{\frac{2 \cdot m_0 \cdot l}{e \cdot |E|}}$$

a jeho rychlost při nárazu na desku bude

$$|v_n| = \frac{e \cdot t \cdot |E|}{m_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot l \cdot e \cdot |E|}{m_0}}$$

Kinetická energie elektronu bude

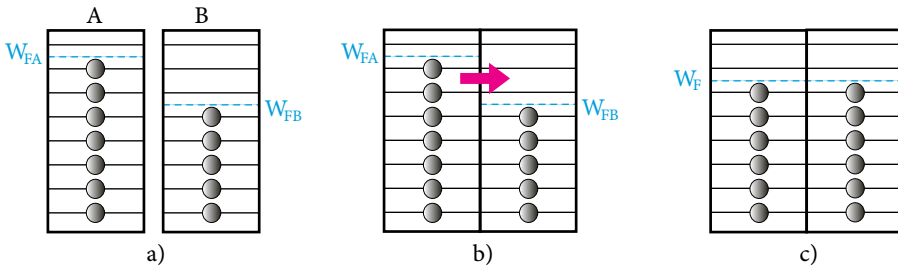
$$W_k = \frac{1}{2} m_0 \cdot |v_n|^2 = \frac{1}{2} m_0 \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot l \cdot e \cdot |E|}{m_0}} \right)^2 = e \cdot |E| \cdot l = e \cdot U = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}.$$

Potenciální energie elektronu $W_p = e \cdot U$ získaná v elektrickém poli se tedy přemění na kinetickou energii $W_k = 1/2 \cdot m \cdot |v|^2$ urychleného elektronu.

Pro energii je zavedena také jednotka elektronvolt, pro kterou platí $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Elektron urychlený na rozdílu potenciálů 1 V pak má energii $W_k = 1 \text{ eV}$.

Poznámka

Jednotka elektronvolt se často používá s ohledem na její vhodnou velikost, která řádově odpovídá vzdálenosti energetických hladin v atomech, resp. pásů elektronových stavů v krystalech.

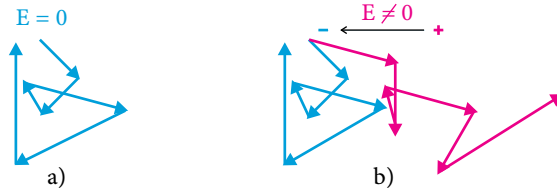


Obr. 1.7 Dáme-li dohromady dva materiály s různou polohou Fermiho hladiny, dojde k jejímu vyrovnání a nastane tepelná rovnováha.

Mějme dva kovové materiály s různou polohou Fermiho hladiny W_F dle obr. 1.7a) a dejme je do těsného kontaktu (obr. 1.7b). Elektronů celého systému se budou snažit nabýt minima energie. Proto se elektrony z materiálu A přemístí do nižších energetických stavů materiálu B, až nastane tepelná rovnováha (obr. 1.7c). Tehdy je nejvyšší obsazená hladina v celém systému tožná a W_F je tudíž konstantní. Stav tepelné rovnováhy na obr. 1.7c), kdy neteče proud, je vý-

chodiskem pro vysvětlení praktických případů rozhraní na přechodech P-N a kov-polovodič, které jsou základem polovodičových součástek.

Při nenulové teplotě se volný elektron nahodile pohybuje mřížkou tepelnou rychlostí podle obr. 1.8a). K tomu získává tepelnou energii kmitů mřížky $W_T = 3/2kT$ ($1/2kT$ na stupeň volnosti), která se může měnit na energii kinetickou $W_k = 1/2 \cdot m_n \cdot |\mathbf{v}|^2$. Vztah pro tepelnou rychlost elektronu $|\mathbf{v}_T| = \sqrt{3kT / m_n}$ potom vyplývá z předpokladu, že se veškerá tepelná energie přemění na energii kinetickou $W_k = W_T$. Zde m_n je efektivní hmotnost elektronu respektující vliv krystalové mřížky na jeho pohyb. Pro pokojovou teplotu $T \approx 300\text{K}$ potom vychází $v_T \approx 10^5\text{m/s}$. Elektrony se ale nepohybují přímočaře, protože jsou buď rozptylovány elektricky neutrálními atomy kmitajícími kolem svých rovnovážných poloh, nebo v reálných krystalech coulombovskými silami ionizovaných atomů nečistot nebo příměsí (obr. 1.8a). Střední hodnota doby mezi srážkami pro soubor elektronů τ_n pak zjednodušeně kvantifikuje míru výskytu těchto relativně velmi komplikovaných interakcí. Pro podobný účel je zavedena střední volná dráha elektronu l , což je průměrná vzdálenost, kterou elektron urazí, než dojde ke srážce (rozptylu).



Obr. 1.8 Elektron se nahodile pohybuje v mřížce díky tepelné energii předané mřížkou a). V elektrickém poli dochází k superpozici mnohem větší tepelné rychlosti s unášivou rychlostí elektrického pole b).

Ocitne-li se elektron v elektrickém poli (obr. 1.8b), je mu dodávána jak tepelná energie mřížky, tak energie přiloženého vnějšího napětí. Výsledkem je unášení (drift) elektronů elektrickým polem superponované na výrazně rychlejší, ale nahodilý tepelný pohyb. Střední hodnota rychlosti elektronu proti směru intenzity elektrického pole E daná driftem (unášením) elektronů v elektrickém poli je tentokrát nenulová a nazývá se **driftová rychlost**, přičemž z makrofyzikálního pohledu ji lze vyjádřit jako

$$\mathbf{v}_n = -\mu_n \cdot \mathbf{E} \quad (1.3)$$

Konstanta úměrnosti mezi vektorem intenzity elektrického pole E a vektorem driftové rychlosti elektronu \mathbf{v}_n se nazývá **pohyblivost** μ_n ($\text{m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$). Její hodnota je z mikrofyzikálního pohledu dána výrazem

$$\mu_n = \frac{e \cdot \tau_n}{m_n} \quad (1.4)$$

ktejž je v souladu s tím, že elektron nesoucí elementární náboj e je v elektrickém poli E vzniklém v krystalu tím pohyblivější, čím má menší efektivní hmotnost m_n a čím je střední doba mezi srážkami τ_n delší. Celá situace velmi složitých mikrofyzikálních procesů při transportu elektronů v různých látkách je tak zjednodušena na rozdílnou pohyblivost elektronů v těchto látkách, která je materiálovým parametrem. Pohyblivost klesá s rostoucí teplotou a koncentrací příměsí a mimo jiné způsobuje teplotní závislost parametrů součástek.